

# 遺傳演算法應用於自由跌水沖刷行為之探討

張詠昌<sup>[1]</sup>、許錫鑫<sup>[2]</sup>、陳正炎<sup>[3\*]</sup>

## 摘要

遺傳演算法發展大約 40 年，近年來被廣泛應用於工程及科學領域上，本文利用遺傳演算法 (Genetic Algorithm) 預測自由跌水下游沖刷坑之變化行為。渠槽試驗於清水流條件，由不同上游渠床坡度  $S(=0.46 \sim 6\%)$  及河床顆粒粒徑  $d_s(=0.5 \sim 3.69mm)$ 、改變跌流高度  $H(=0.15 \sim 0.25cm)$  及單位寬流量  $q(=0.0034 \sim 0.0237cms/m)$  進行之。以試驗數據 144 組為訓練樣本，再另取與訓練樣本不同之 36 組實驗成果為模擬樣本，進行檢驗模式訓練成果，且與經試驗獲致之迴歸式進行比較預測的精確性。模擬預測結果顯示自由跌流作用下之穩定最大刷深、最大刷深至跌址處水平距離、最大坑長及沖刷坑體積量採用遺傳演算較迴歸公式預測為準確。

(關鍵詞：遺傳演算、自由跌水、沖刷坑。)

## Application of Genetic Algorithm on Scour Behavior of Free Overfall Flow

Yung-Chang Chang<sup>[1]</sup> Hsi-Hsin Hsu<sup>[2]</sup> Jen-Yan Chen<sup>[3\*]</sup>

### ABSTRACT

The development of Genetic Algorithm(GA) began approximately 40 years ago. In recent year, the GA can be used frequently on engineering and science fields. This paper uses Genetic Algorithm to predict the scour hole behavior of free over-fall flow in downstream channel. In this study, the extent of flow characteristics is explored by varying the bed slope  $S(=0.46 \sim 6\%)$  in upstream, the drop height  $H(=0.15 \sim 0.25cm)$ , the particle size of bed material  $d_s(=0.5 \sim 3.69mm)$  and the discharge per unit width  $q(=0.0034 \sim 0.0237cms/m)$  using channel tests. Firstly, we executed the laboratory experiment with clear water to obtain the total 144 sets data. Then we normalized and trained these experiment data sets by GA, in order to get the training parameters of GA. Added laboratory experimental 36 sets data was use to validate the usefulness of GA and regression equation in this study. The simulation results showed that the GA method provided accurate estimations for the maximum scour depth, the horizontal distance from the toe of the drop structure to the maximum scour depth, the maximum scour length and the scour hole volume, than the regression method.

(Key Words: Genetic algorithm, free overfall flow, scour hole.)

- 
- [1] 國立中興大學土木工程學系碩士班研究生  
Masteral graduate student, Dept. of Civil Engineering, National Chung Hsing University, Taichung 402, Taiwan
- [2] 國立中興大學土木工程學系博士班研究生  
Doctoral graduate student, Dept. of Civil Engineering, National Chung Hsing University, Taichung 402, Taiwan
- [3\*] 國立中興大學土木工程學系教授 (\* 通訊作者 E-mail: [jychen@dragon.nchu.edu.tw](mailto:jychen@dragon.nchu.edu.tw))  
Professor, Dept. of Civil Engineering, National Chung Hsing University, Taichung 402, Taiwan

## 一、前言

為達成河道治理或取水等目標，水利工程師經常於河道中設置跌流工、攔河堰或防砂壩等工程設施。雖可穩定上游河道，但因構造物上下游高度相差過大，使高速水流瞬間衝擊下游面，或稱自由跌流(Free Overfall Flow)現象。一旦下游面河床承受鉅大沖擊，間接地產生嚴重局部沖刷坑(Scour Hole)，造成水工結構物破壞。為避免河床持續往下淘刷，且滿足河道坡度、穩定河床及消能效果考量下，孕育而生階梯式消能工變成極為普遍的一種設計型態，如：河川水庫及攔河堰之洩洪道消能設施、民生及灌溉取水之攔河堰、自然保育的魚梯結構、穩定河床之固床工及維護橋梁安全的橋基保護工等，皆為自由跌流消能工組合。自由跌流流場機制，為經過一固定跌流高度，因水舌流(Napped Flow)撞擊渠床，導致一部分水流轉變成為水深較淺且流速較快的超臨界流(Supercritical Flow)向下游竄流，另一則產生迴流壅升形成一個具有渦流結構之水墊區(Pool)，且跌流消能工水舌沖擊力最大及最具沖刷潛勢，亦導致消能工最易受損之原因。

有關於自由跌流所造成之沖擊行為之研究，宋爾寧(1999)變換不同渠床坡度之試驗，進行一系列有關帶工法對自由跌水之研究，獲致水流沖擊力與跌水數具相關性；Mason & Arumugam(1985)<sup>[7]</sup>利用模型試驗求得級配顆粒之最大刷深經驗式，兩人認為影響刷深之主要因素，應包括流量、堰壩高度、顆粒粒徑、重力加速度及尾水深，並提出一則最大刷深公式；Vincenzo & Vito(2004)利用模型試驗針對自由跌流同時堰壩下游具有

閘門構造物，提出預估最大刷深公式。遺傳演算法發展至今大約 40 年，其相關研究如 Wardlaw & Sharif(1999) 利用遺傳演算發展最佳蓄水操作模式；Robin Wardlaw and Kampanad Bhaktikul(2004) 運用遺傳演算及線性規劃於橫向渠道之調度效益比較；王傳益等人(2008) 利用遺傳演算法推估橋墩沖刷深度。Yang & Chen(2009) 提出線性傳遞函數 (Linear Transfer Function) 和自組織映射圖 (Self-organizing Map) 兩種方法，補足 BPN 方法在預測洪水預報模式上的不確定性及一致性差，其可以有效的決定洪水預報的時間間隔的權重 (Weights) 及偏差 (Biases)，且以烏溪流域的現場流量資料為依據，進行訓練與推估獲得良好的驗證結果。

本研究目的在於由不同上游渠床坡度  $S(=0.46 \sim 6\%)$ 、河床顆粒粒徑  $d_s(=0.5 \sim 3.69mm)$ 、改變跌流高度  $H(=0.15 \sim 0.25cm)$  及單位寬流量  $q(=0.0034 \sim 0.0237cms/m)$  進行渠槽試驗，首先透過因次分析及非線性迴歸，建立沖擊力、穩定最大刷深、穩定最大坑長、穩定最大刷深至跌址處水平距離及穩定最大沖刷體積量之迴歸公式，再藉由遺傳演算之模擬，實際預測自由跌流作用下之沖刷坑行為，以比較預測成果之差異性及精確性。

## 二、遺傳學演算原理

### 2.1 模式架構

遺傳演算法(Genetic Algorithm,GA)最早乃由美國密希根大學的 Holland(1975)所提出，係基於「物競天擇」及「遺傳法則」建

構而成的尋優理論。所謂「物競天擇」是指遺傳演算法會在尋優過程中去蕪存菁，剔除較差之基因，保留較優良的基因；而其操作方式乃透過模仿遺傳學之複製、交配及突變等三大法則，故稱之遺傳演算法。由於遺傳演算法之簡單而有效地搜尋能力，故近年來已逐較地應用於各研究領域。遺傳演算法不

依賴於梯度訊息，而是通過模擬自然進化的過程來搜索最優解，它利用某種編碼技術，作用於稱為染色體的數字串上，模擬這些字串所組成的族群之進化過程。遺傳演算法通過有組織且隨機的訊息交換來組成那些適應性好的字串，產生新的字串族群。遺傳演算流程，如圖 1。

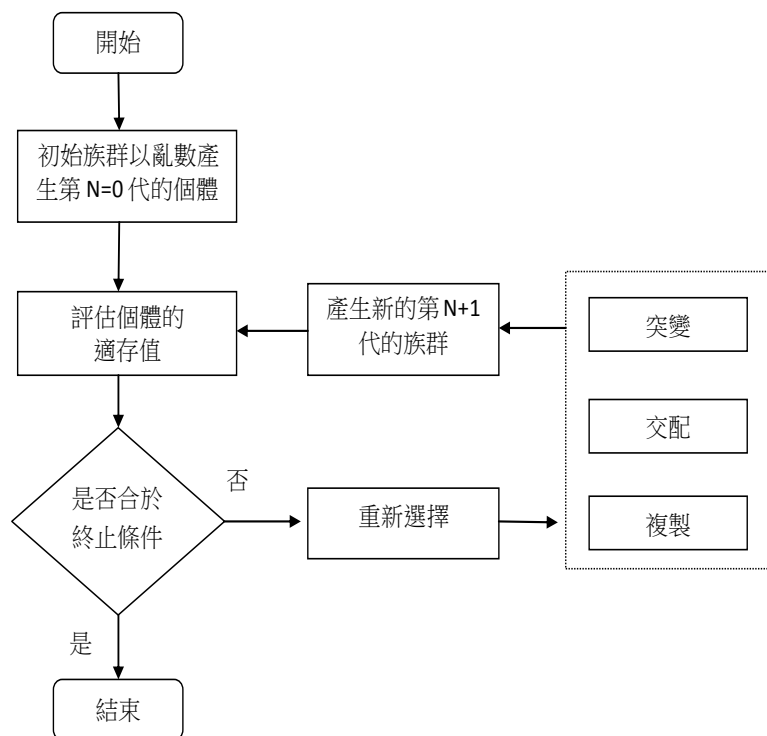


圖 1 遺傳演算流程

Fig1. Genetic Algorithm Flow Chart

## 2.2 演算程序

演算過程分別敘述如下：

### (1) 編碼程序

遺傳演算法乃是針對編碼號的字串(基因)進行演算工作，將變數經由選定的編碼方法轉換成一定長度之字串。本研究乃是二進位編碼法，初始族群中各個個體的基因值可均

勻分布的隨機來生成。

## (2) 適合度函數

此乃對於可能解之染色體，定義一個衡量的函數，藉以評估族群中每個個體的優劣，並做為擇偶機會的依據。

## (3) 選擇複製

以現有的族群為親代，選出用以複製子代之個體，每一組解即每一個體被選中之機率取決於該組解之適合度。

## (4) 交配

篩選出之親代，以每次兩個染色體為一組，隨機根據預定之交配率，決定是否進行交配及交配的位置。

## (5) 突變

突變在演化過程中，扮演著增加差異與避免落入區域最佳解之中，並維持族群之多樣性，防止早熟的情況產生。

## (6) 族群取代

經過複製、交配以及突變三個演算過程之後，在交配中產生新世代族群的新個體。

## (7) 設定終止條件

世代之演化是無止盡的，但在電腦的處

理過程中，須給一結束條件否則會造成無窮迴圈，常見的考量點為時間。

# 三、自由跌水沖刷行為

## 3.1 特徵參數

自由跌水傾入尾水，在沖擊位置，水流之曳引力大於渠床的抵抗力，乃形成沖刷坑同時損失大部分之能量，所沖刷的卵石向下游移動，堆積於流速減緩地區，成脊形或檻於淤積堆。沖刷漸增，則沖擊處之流速漸減，其對渠床泥沙顆粒之曳引力亦隨之減小，最終將達到動態平衡，形成穩定之沖淤剖面。圖 2 係自由跌水作用下，當渠床泥沙顆粒粒徑  $d_s$  動態渠床穩定平衡時沖刷坑變化情形（圖中虛線則表示任一延時之沖刷坑形態）。茲已知來流單寬流量  $q$ ，沿上游坡度  $S$  之跌流工，若跌流高度為  $H$ ，則獲致一自由跌水衝擊力  $F_d$  衝擊下游渠床，俟於動態平衡時渠床形式穩定沖刷坑，其中穩定最大刷深  $Y_{se}$  為係沖刷行為穩定的後的最大刷深，穩定最大刷深至跌址處距離  $L_{se}$  係沖刷坑最大刷深處至堰壩底端之水平距離，穩定最大坑長  $L_{ie}$  係沖刷坑堰壩底端至沖刷坑尾端之距離，穩定單寬沖刷坑體積量  $A_{se}$  係沖刷坑所沖刷之單寬體積量。

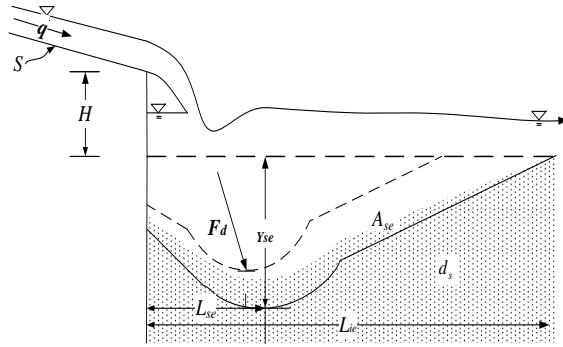


圖 2 自由跌流穩定沖刷坑剖面示意圖(虛線為任一延時)

Fig2. Schematic View of Stable Scour Hole  
Due to Free Overfall

依前人研究可知自由跌流作用下之穩定最大刷深  $Y_{se}$ 、穩定最大刷深至跌址處水平距離  $L_{se}$  及穩定最大坑長  $L_{ie}$ ，與上游渠坡  $S$ 、重力加速度  $g$ 、跌流高度  $H$ 、泥沙粒徑  $d_s$  及單寬流量  $q$  之關係，如(2a)至(2c)式。而穩定單寬沖刷坑體積量  $A_{se}$  為上游渠坡  $S$ 、水流密度  $\rho$ 、重力加速度  $g$ 、單寬流量  $q$ 、跌流高度  $H$ 、泥沙粒徑  $d_s$  及自由跌流沖擊力  $F_d$  之函數關係為：

$$Y_{se} = f_3(S, g, H, d_s, q) \quad (1a)$$

$$L_{se} = f_4(S, g, H, d_s, q) \quad (1b)$$

$$L_{ie} = f_5(S, g, H, d_s, q) \quad (1c)$$

$$A_{se} = f_6(S, \rho, g, q, H, d_s, F_d) \quad (1d)$$

根據 Buckingham 氏之定理作因次分析，則得(1a)、(1b)、(1c)及(1d)四式之無因次參數群如下：

$$\overline{Y_{se}} = f_7(D, S, G) \quad (2a)$$

$$\overline{L_{se}} = f_8(D, S, G) \quad (2b)$$

$$\overline{L_{ie}} = f_9(D, S, G) \quad (2c)$$

$$\overline{A_{se}} = f_{10}(\overline{F_d}, S, G) \quad (2d)$$

式中  $\overline{Y_{se}} (= Y_{se} / H)$  為無因次穩定最大刷深、 $\overline{L_{se}} (= L_{se} / H)$  為無因次穩定最大刷深至跌址處距離(簡稱無因次穩定最大坑距)、 $\overline{L_{ie}} (= L_{ie} / H)$  為無因次穩定最大坑長及  $\overline{A_{se}} (= A_{se} / H^2)$  為無因次相對穩定單寬沖刷量。另， $\overline{F_d} (= F_d / \rho g H^2)$  為無因次相對單寬沖擊力， $D (= q^2 / g H^3)$  為跌水數(Drop Number)及  $G (= d_s / H)$  為相對粒徑。

### 3.2 迴歸模式成果

為對坡度跌流工自由跌水作用下局部沖刷之沖刷剖面變化有更進一步了解，遂進行渠槽試驗，俾以探討分析。本研究渠槽試驗係於中興大學土木工程學系渠力試驗研究室進行，試驗所用渠槽長 11m，寬 0.3m，深 0.4m~0.6m(其

中自由跌流下游處 1.5m，水槽深度 0.6m)，渠槽兩面均鑲有透明玻璃壁，以利試驗進行時觀測變化情形。正式試驗時選用三種渠床泥沙顆粒粒徑  $d_s$  之對應中值粒徑分別採  $d_{50}=0.5\text{mm}$ 、 $1.69\text{mm}$  及  $3.69\text{mm}$ ，並以此標準砂鋪設跌流工下游渠床進行沖刷試驗，並建立最終穩定時間

沖刷坑剖面曲線。由於探討沖刷坑剖面是本研究重點之一，故本研究於玻璃壁標定水平線，並張貼  $0.1\text{cm}\times 0.1\text{cm}$  見方透明方格，以利瞬時標定最終穩定時間下游沖刷坑剖面情形，表 1 為自由跌流沖刷渠槽試驗條件。

表 1 自由跌流沖刷渠槽試驗條件

Table1. Scour Flume Test Conditions of Scour Due to Free Overfall

物理量	訓練樣本	模擬樣本
上游渠床坡度 $S$ (%)	0.46、2、4、6	0.46、2、4、6
跌流高度 $H$ (m)	0.25、0.20、0.15	0.25、0.20、0.15
單寬流量 $q$ (cms/m)	0.0034~0.0237	0.0051~0.0182
樣本組數 (組)	144	36

經針對前述穩定沖刷後之 144 組渠槽試驗所得之資料，依(2a)至(2d)式進行複迴歸分析可得下列各迴歸式：

$$\overline{Y_{se}} = 2.269D^{0.405}G^{-0.33}e^{-1.851S}$$

$$(R^2=0.927) \quad (3a)$$

$$\overline{L_{se}} = 3.072D^{0.266}G^{-0.114}e^{6.785S}$$

$$(R^2=0.919) \quad (3b)$$

$$\overline{L_{te}} = 5.937D^{0.341}G^{-0.267}e^{1.94S}$$

$$(R^2=0.938) \quad (3c)$$

$$\overline{A_{se}} = 5.307F_d^{1.502}G^{-0.58}e^{-6.903S}$$

$$(R^2=0.913) \quad (3d)$$

式中  $R^2$  為判定係數。另，有關無因次相對單寬沖擊力，依徐堯炫以渠槽試驗研究得知：

$$\overline{F_d} = 1.463D^{0.5}e^{4.503S}$$

$$(R=0.997) \quad (4)$$

#### 四、遺傳演算法(GA)應用

本研究使用 Matlab 7.1 遺傳演算工具箱進行資料之演算，說明如下：

本研究之自由跌水沖刷之行為 GA 推估模式採用之數據共 180 組，訓練輸入之數值範圍，如表 1 所示，為盡量涵蓋全部之訓練值域，將 144 組數據作為 GA 模式訓練數據，另剩餘 36 組數據作為驗證數據。

##### 4.1 前置步驟

###### (1)適應函數選定

如前述自由跌水沖刷行為之無因次穩

定最大刷深  $\overline{Y_{se}}$ 、坑長  $\overline{L_{ie}}$ 、坑距  $\overline{L_{se}}$  與跌水數  $D$ 、上游渠床坡度  $S$  及相對粒徑  $G$  有關，其適合度之函數(Fitness Function)為  $X_1 \cdot D^{X_2} \cdot G^{X_3} \cdot e^{SX_4}$ ，變數分別為  $\overline{Y_{se}}$ 、 $\overline{L_{se}}$ 、 $\overline{L_{ie}}$  任 1 個與  $D$ 、 $S$  及  $G$  組合而成，每組計 4 個。至於無因次沖刷坑體積量  $\overline{A_{se}}$ ，則與無因次沖擊力  $\overline{F_d}$ 、上游渠床坡度  $S$  及相對粒徑  $G$  有關，其適合度之函數為  $X_1 \cdot \overline{F_d}^{X_2} \cdot G^{X_3} \cdot e^{SX_4}$ ，變數為  $\overline{A_{se}}$ 、 $D$ 、 $S$  及  $G$  計 4 個。上述符號  $X_1$ 、 $X_2$ 、 $X_3$  及  $X_4$  皆為係數，如圖 3 所示。

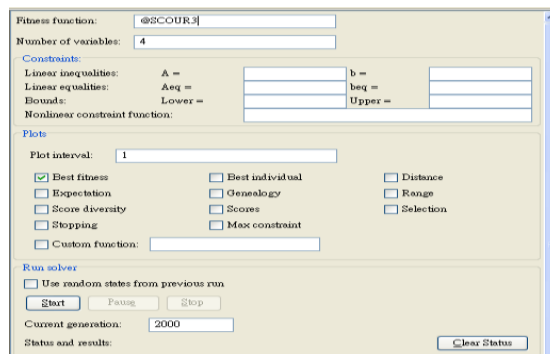


圖 3 適合函數之設定

Fig3. Suitable Function of Setting

###### (2)複製、交配及突變

本研究採用之染色體數目為 20 條，其複製方式採用相互競爭選取法，就是每次隨機選取兩個競爭個體，找出適合度較佳之母代，再重複一次找出另一適合較佳之

母代，由這兩條母代進行交配產生子代；其交換率為 0.8，突變率採用高斯函數，每代菁英個數 2 個。

##### 4.2 模式驗證

###### (1)評選指標

本研究採用平均絕對誤差百分比 MAPE 作為模式評選指標，以利評定研究模式之推估值與實際值間的離散程度，並可瞭解整體模擬值和實際值的精度高低。MAPE 定義如下：平均絕對誤差百分比 MAPE(Mean Absolute Percentage Error)

$$MAPE(\%) = \frac{\left( \sum \frac{|M_i - E_i|}{M_i} \times 100 \right)}{N} \quad (5)$$

式中，N 為數據個數， $M_i$  為量測值  $E_i$  為推估值， $\bar{M}$  和  $\bar{E}$  為量測值及推估值之平均值。當平均絕對誤差百分比值 MAPE 越小時代表模式推估值與實際值差值越小，

模式推估準確度越高。同時，另採統計分析方法計算沖刷特徵參數實測值之 95% 信賴區間與平均值之差製圖比較之。

## (2) 收斂條件

本研究經以前述 144 組之訓練數據，針對自由跌水沖刷行為之無因次穩定最大刷深、坑長、坑距與沖刷坑體積量進行演算，分別以 100、200、500、1,000、2,000、5,000 及 10,000 世代為收斂條件，經遺傳演算結果可知在 2,000 世代以後之 MAPE 值趨於穩定，故本案以演算 2,000 世代為終止條件，其收斂限制條件、所得係數及遺傳演算之結果，如圖 4、5 及 6 所示。

Generations:	2000
Time limit:	Inf
Fitness limit:	-Inf
Stall generations:	Inf
Stall time limit:	Inf
Function tolerance:	1e-006
Nonlinear constraint tolerance:	1e-006

圖 4 收斂限制條件

Fig4. Convergent Restrictions

```

GA running.
GA terminated.
Fitness function value: 12.78807780334032
Optimization terminated: maximum number of generations exceeded.

```

1	2	3	4
3.75085	1.52431	-0.63325	-2.66757

Export to Workspace...

圖 5 遺傳演算係數值

Fig5. Coefficient of Genetic Algorithm

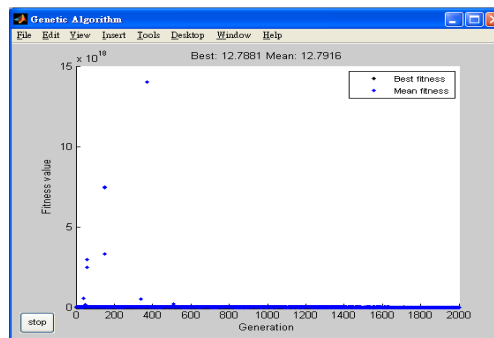


圖 6 遺傳演算之最佳適合度

Fig6. Best Fit of Genetic Algorithm



## 五、結果與討論

本研究採用迴歸公式及遺傳演算法模式二種方法計算沖刷坑行為參數，各項比較如下：

### (1) 穩定最大刷深 $Y_{se}$

由 36 組模擬樣本所對應之試驗條件如跌水數  $D$  及上游渠床坡度  $S$  代入(5a)式，可獲得最大穩定刷深之經驗式計算值，且依據遺傳演算法模擬推估出的最大穩定刷深結果，與試驗值進行比較，且利用統計分析方法計算最大穩定刷深實測值之 95% 信賴區間與平均值之差為  $\pm 1.11\text{cm}$  繪於圖 7。圖中顯示試驗資料經遺傳演算法推估結果其誤差相對較小，遺傳演算法及經驗式之絕對誤差百分比 MAPE，分別 6.30% 及 6.83 %，可知遺傳演算法模式和試驗資料經驗式推估的結果精確性頗高。

### (2) 穩定最大刷深至跌址處距離 $L_{se}$

將 36 組模擬樣本所對應之試驗條件如跌水數  $D$  及上游渠床坡度  $S$  代入(5b)式，可獲得沖最大穩定刷深至跌流處水平距離之經驗式計算值，且依據遺傳演算法模擬推估出的最大穩定刷深至跌流處水平距離結果，與試驗值進行比較，且於 95% 信賴區間與平均值之差為  $\pm 1.01\text{cm}$  繪於圖 8。圖中顯示試驗資料經遺傳演算法推估結果其誤差對較小，遺傳演算法及經驗式之絕對誤差百分比 MAPE，分別為 5.42% 及 5.88%，可知

遺傳演算法模式和試驗資料經驗式推估的結果應屬可接受。

### (3) 穩定最大坑長 $L_{ie}$

由 36 組模擬樣本所對應之試驗條件如跌水數  $D$  及上游渠床坡度  $S$  代入(5c)式，可獲得最大穩定坑長之經驗式計算值，且依據遺傳演算法模擬推估出的最大穩定坑長結果，與試驗值進行比較，且於 95% 信賴區間與平均值之差為  $\pm 1.82\text{cm}$  繪於圖 9。圖中顯示試驗資料經遺傳演算法推估結果其誤差對較小，遺傳演算法及經驗式之絕對誤差百分比 MAPE，分別為 4.63% 及 4.65%，可知遺傳演算法模式和試驗資料經驗式推估的結果精確性頗高。

### (4) 穩定單寬沖刷坑體積量 $A_{se}$

由 36 組模擬樣本所對應之試驗條件如相對沖擊力  $\overline{F_d}$  及上游渠床坡度  $S$  代入(5d)式，可獲得穩定單寬沖刷坑體積量之經驗式計算值，且依據遺傳演算法模擬推估出的穩定單寬沖刷坑體積量結果，與試驗值進行比較，且於 95% 信賴區間與平均值之差為  $\pm 46.84\text{cm}^2$  繪於圖 10。計算遺傳演算法及經驗式之絕對誤差百分比 MAPE，分別為 12.21% 及 13.41%，可知遺傳演算法模式和試驗資料經驗式推估的結果相當。

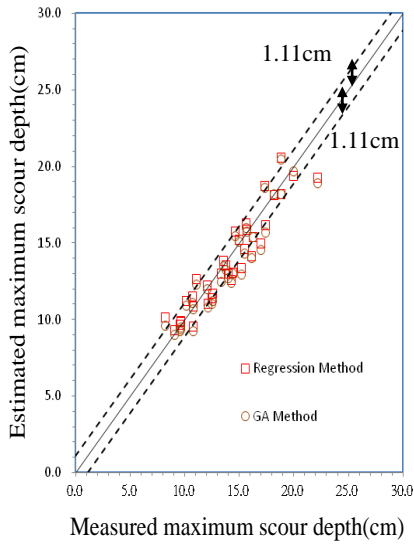


圖 7 穩定最大刷深  $Y_{se}$  推估值與試驗值之比較圖

Fig7. Stable Maximum Scour Depth Valuation Comparison with Experimental Values

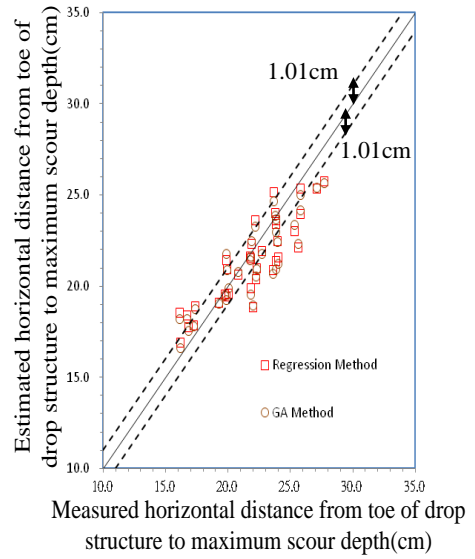


圖 8 穩定最大刷深至跌流處距離  $L_{se}$  與試驗值之比較圖

Fig8. Stable Horizontal Distance From Toe of Drop Structure to Maximum Scour Depth of Comparison

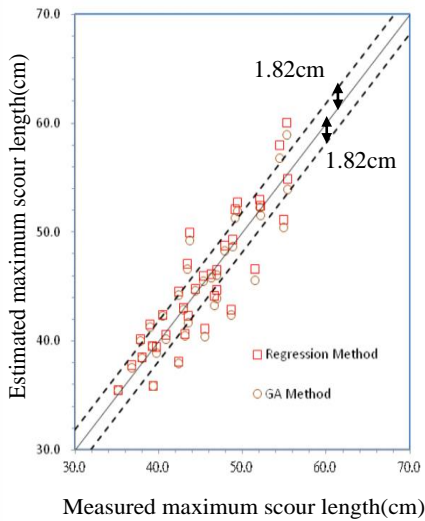


圖 9 穩定最大坑長  $L_{te}$  推估值與試驗值之比較圖

Fig9. Stable Maximum Scour Length Comparison with Experimental Values

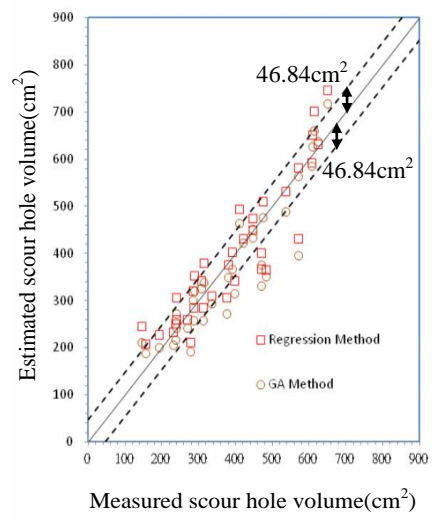


圖 10 穩定單寬之冲刷坑體積量  $A_{se}$  推估值與試驗值之比較圖

Fig 10. Stable Scour Hole Width Volume Comparison with Experimental Values

## 六、結 論

本研究利用因次分析及配合 144 組試驗資料，建立自由跌水作用下之穩定最大刷深  $Y_{se}$ 、最大坑長  $L_{ie}$ 、最大刷深至跌址處距離  $L_{se}$  及穩定單寬沖刷坑體積量  $A_{se}$  之迴歸公式。藉由遺傳演算法(GA)，將試驗資料經由遺傳演算訓練後，建立自由跌流沖刷坑行為模式，隨後再選取與訓練樣本不同的 36 組試驗資料，代入迴歸公式與遺傳演算進行模擬，將模擬成果與迴歸公式結果採 MAPE(%)及 95%信賴區間等方式分別比較。獲致遺傳演算模式能有效提升自由跌流作用下之穩定最大刷深( $Y_{se}$ )、坑長( $L_{ie}$ )、最大刷深至跌址處距離( $L_{se}$ )及沖刷坑體積量( $A_{se}$ )預測準確度，未來可應用於跌水工之設計參考。

## 謝誌

承蒙水利署第三河川局資產課課長沈麗惠、中興大學土木工程學系黃宏信博士及碩士宋狄晉等，協助實驗與完稿整理，使得本文得以順利完成。

## 參考文獻

1. 王傳益等人(2008)，「應用遺傳演算法推估橋墩沖刷深度之研究」，水土保持學報，42(4)，377-391。
2. 宋爾寧(1999)，「帶工法對投潭水流行為及沖刷特性之影響」，國立中興大學土木工程研究所，碩士論文。
3. 徐堯炫(2010)，「超臨界自由跌流沖擊力特性之研究」，國立中興大學土木工程研究所，碩士論文。
4. 陳昶憲、鍾侑達、方唯鈞(2006)，「遺傳規劃在河川演算之應用」，臺灣水利，53(4)，35-49。
5. Drgran A.S., Godfrey A.W. and James W.D., (1999).” A genetic programming approach to rainfall-runoff modeling,” Water Resources Management, 13(3), 219-231.
6. Robin W. and Mohd S., (1999).” Evaluation of genetic algorithms for optimal reservoir resources,” Journal of Water Resource Planning and Management, 125(1), 35-33.
7. Robin W. and Kampanad B., (2004).” Comparison of genetic algorithm and linear programming approaches for lateral canal scheduling,” Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 130(4), 311-317.
8. Vincenzo D. and Vito F., (2004).” Scour on Alluvial Bed Downstream of Grade-Control Structures.” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 130, 24-37.