

山黃麻根系對其土/根系統抗剪強度增量之影響評估

林信輝^[1] 許涵硯^[1] 劉文宗^[2] 林德貴^{[1]*}

摘 要 本研究採用數值方法來建立土/根系統極限拉拔抗力與其抗剪強度增量之轉換機制，以便在未來能運用於含根邊坡之穩定分析上。首先，針對台灣坡地先驅優勢植物山黃麻進行根系調查、單根抗拉強度試驗及現地根系之拉拔抗力試驗。依據調查之根系形態以及根系材料強度，吾人可建構二維之土/根系統數值模型，並用來模擬土/根系統之極限拉拔抗力 P_u ，以及直接剪力試驗中由於根系所提供之額外抗剪強度增量 ΔS_r 。最後，並提出 $\Delta S_r = f(P_u)$ 之關係轉換函數。

關鍵詞：土/根系統、極限拉拔抗力、根系抗剪強度增量。

Evaluation of the Shear Strength Increment of *Trema orientalis* Soil/Root System due to Roots

Shin-Hwei Lin^[1] Han-Yan Hsu^[1] Wen-Tsung Liu^[2] Der-Guay Lin^{[1]*}

ABSTRACT A mechanical conversion model was developed using a numerical method to correlate the shear strength increment due to root, ΔS_r , with ultimate pull-out resistance, P_u , of the soil/root system. The conversion model can be applied to determine the required shear strength parameters for stability analyses of vegetated slopes. *Trema orientalis* (L.) Blume (India charcoal trema), a pioneer and dominant tree on the low slopeland of Taiwan, was selected as the target species of the study for the field investigation of root morphology, in-situ pull-out tests, and laboratory tensile strength tests. Using the root morphology and the strength parameters of the root material, one can develop a 2-D numerical model of the soil/root system to simulate ultimate pull-out resistance, P_u , from the pull-out test and the shear strength increment due to roots, ΔS_r , of the soil/root system from direct shear tests. Eventually, a relationship function, $\Delta S_r = f(P_u)$ can be proposed for practical use.

Key Words : Soil/root system, ultimate pull-out resistance, shear strength increment due to roots.

一、前 言

在治山防災坡地整治方面，邊坡穩定一直是一個重要的工程課題，其採用之工法必須因地制宜。在生態考量下之各種工程施作中，運用植生工法作為輔助性工法，常為現今工程設計及規劃人員之另一種選擇。其中，植生之根系除了具有長期穩定邊坡淺層大材

料之效果外，且對於環境綠美化之功能，有其不可取代之地位。然而，目前大部分植生工程之相關工法並未建立標準之設計及分析程序，尤其在植物生長過程中，工程安全性（穩定性）方面一直難以進行有系統之量化評估。

目前國內外含根邊坡之穩定性量化分析方面之研究仍屬有限，大部分的研究多偏重於試驗室或現地

[1] 國立中興大學水土保持學系

Department of Soil and Water Conservation, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan, R.O.C.

[2] 高苑科技大學土木工程學系

Department of Civil Engineering, Kao-Yuan University, Kaohsiung, Taiwan, R.O.C.

* Corresponding Author. E-mail: dglin@dragon.nchu.edu.tw

的根系拉拔 (pull-out) 與直接剪力 (direct shear) 試驗；Waldron (1977)、Waldron and Dakessian (1981)、Wu et al. (1979, 1988a and 1988b)、Abe and Ziemer (1991)、Operstein and Frydman (2000) 與 Cazzuffi and Crippa (2005) 過去已進行大量的直剪試驗，並提出土根互制力學模擬公式，進一步將根系對土壤的加勁效果量化。Coppin and Richards (1990)、Morgan and Rickson (1995)、Gray and Sotir (1996) 與 Wu et al. (2004) 則建立各種土/根互制系統模型來推估不同根系之分布形態下之剪力強度及凝聚力增量。Abe (1991) 並經由土/根系系統拉拔抗力，來推估抗剪強度增量。Operstein and Frydman (2000) 進行 43 組生長在白堊土之紫花苜蓿拉拔試驗，並測量其垂直拉拔抗力。Stokes et al. (1996) 與 Ennos (1990 and 1991) 由研究確認土層中之根系形態會控制錨定力的大小進而影響拉拔抗力。目前由於過去各項試驗之工作程序仍無法確切掌握植物根系在邊坡穩定之實際效應，且含根土現地直接剪力試驗由於試坑開挖及試體準備相當費力耗時，同時，試體易受擾動，儀器組裝亦較複雜。反之，相較於現地直接剪力試驗，含根土根系現地拉拔抗力試驗之執行程序簡易快速，因此能進行較大量之試驗，並獲得較具代表性之成果。

因此，為了量化土-根系系統中，根系對土壤的加勁效果以及對邊坡穩定性的影響，有必要藉由數值程式來模擬含根土之直接剪力試驗，並藉此推導含根土之抗剪強度增量；過去研究中，Dupuy et al. (2005a) 藉

由二維數值分析來觀察根系結構對於錨定力影響。Operstein and Frydman (2001) 利用二維的含根與無根圓柱試體來模擬根系對直剪抗剪強度的影響。Dupuy et al. (2005b, 2005c and 2007) 運用 2D 與 3D 的數值模擬來觀察不同的根系形態與土壤條件下，對植物拉拔抗力與其傾倒抗力之影響。有鑒於此，本研究嘗試建立一套山黃麻根系土/根系系統極限拉拔抗力與抗剪強度增量之轉換機制，進而探討山黃麻根系對邊坡穩定性之影響。

二、植生根系現地調查及力學試驗

本研究配合人工挖掘，並在保持植物根系原有完整形態之情況下，取出、秤重並拍照記錄。依據根系生長位置及根徑大小之等級，將根系分為三個類型，即主根、側根及鬚根。其中，主根係指樹幹以下之垂直根，側根為從主根側向發展之根，鬚根則為主根或側根發展出之微小如毫髮之根。最後，彙整根系之基本資料及調查結果，可編訂植物根系圖鑑，以供植生工程參考運用。

1. 根系量測成果

山黃麻根末端之直徑約 0.4~1.0 mm，其分枝多，呈黃褐色。根表皮粗糙，細根較疏，小徑根少，中徑根散布在表層。主根明顯，根質地硬，不易折斷。整體而言，根系分布範圍廣，根呈水平生長、與土壤之膠結力佳，不容易拔出。根系在堅實的土壤中生長良好，其分布限於 A-層 (含有機質與礦物質之層次)。其中，主根長約 6.0~50.0 cm、根徑約 2.0~12.0 cm；側根之生長深度約 0.5~8.0 cm，側向長度約 30~140 cm、根徑約 0.5~5.5 cm，與主根之夾角約為 48°~87°；鬚根長度約 15~100 cm，根徑約 0.4~2.0 cm，與主根之夾角約為 0°~90°，九組根系現地調查成果彙整，如表 1 所示。

2. 根系力學試驗成果

(1) 單根抗拉強度試驗

由試驗區所取得之植物根系，依根徑大小進行分類及選取後，將樣本置入於封口袋中並加以冷藏，以保持其濕度及新鮮度，並於三日內使用單根抗拉強度定速率位移控制拉力試驗機進行單根抗拉強度試驗。由試驗獲得之根系抗拉應力-應變關係曲線，可推估根系材料之根徑 d (mm) ~ 抗拉強度 t (kN) 之關係式為 $t = 0.0263 \times d^{1.88}$ 。

表 1 山黃麻根系調查結果

Table 1 Field investigations of the root system of India charcoal trema

根域面積 (cm ²)	側根數 (支)	垂直根長 (cm)		根徑範圍 (mm)	土壤含水量 (%)	地上部重 (kg)	地下部重 (kg)	Ar/As (根面積比)	
		最長	根長						
1	7052	11	5	86	0.8-17.2	11	0.2	0.05	4.00
2	962	6	20	34	0.7-14.9	9	0.5	0.2	2.50
3	216	4	42	62	0.4-5.8	12	1.6	0.8	2.00
4	5208	10	24	84	0.9-17.6	11	3.5	1.5	2.33
5	2814	7	30	134	0.7-24.4	10	2.6	0.8	3.25
6	3900	10	20	150	1.0-8.9	12	2.0	1.0	2.00
7	3360	9	71	120	0.8-18.5	9	3.0	1.0	3.00
8	7200	12	37	100	0.9-19.3	11	2.5	1.8	1.39
9	8520	12	20	120	0.7-23.1	10	2.7	1.2	2.25

註：As:植株下方一定深度處之水平剖面總面積。Ar:植株下方一定深度處之水平剖面，穿過此剖面上根系之總截面積。

(2) 現地土/根系統拉拔抗力試驗

選定植株後, 砍除約距地面 30 cm 之上植株地上部, 並使用電鑽在植株體鑽洞並穿入鋼桿, 隨之, 採用定速率拉拔系統與電腦連接並設定每五秒紀錄拉拔抗力及其對應之拔出量, 即可獲致山黃麻土/根系統之拉拔抗力與拔出量之關係曲線 (即 $P \sim L_p$ 曲線), 以及其極限拉拔抗力 P_u , 進行現地拉拔抗力試驗。其中, 除地上部植生基徑 D (cm) 外, 根系之極限拉拔抗力 P_u (kN) 亦將用以推導土/根系統由於根系所提升之抗剪強度增量 ΔS_r 。 P_u 與 D 之回歸公式為: $P_u = 8.52 \times D^{1.18}$ ($R^2=0.81$), 適用範圍: $2.5 \text{ cm} < D < 13.5 \text{ cm}$, 彙整結果如表 2 所示。

3. 石門水庫試區土壤

於現地採取土樣, 並以 4 種不同正向應力 (49、98、147、196 kPa) 進行直接剪力試驗, 所得結果如表 3 所示。

表 2 山黃麻現地拉拔試驗結果

Table 2 In-situ pull-out tests of India charcoal trema

Table with 8 columns: 項目編號, 極限拉拔抗力 Pu (kg), 基徑 D (cm), 土壤含水量 w (%), 側根數 n (支), 斷根直徑 d (cm), 地上部重 Wu (kg), 根系重 Wd (kg). Rows 1-9.

表 3 石門水庫集水區採樣土壤之直接剪力強度試驗結果

Table 3 Direct shear tests of soil specimens sampled from watershed of Shi-Men Reservoir

Table with 4 columns: 項目試體, sigma (kPa), tau (kPa), 莫爾-庫倫剪力強度方程式. Rows S1-S4.

註: c=凝聚力、phi=摩擦角、sigma=正向應力(kPa)、tau=剪力強度(kPa)

三、研究方法

1. 土/根系統拉拔抗力試驗

本研究採用 Plaxis (2002) 程式進行二維平面應變有限元素法分析, 依據現地根系調查結果與根系圖鑑, 可建構簡化之土/根系統數值模型, 以進行各類植物之土/根系統現地拉拔抗力試驗數值模擬。首先, 於根系主根與地面接觸處, 持續以等增量方式逐步施加拉拔位移於土/根系統, 以模擬拉拔系統所施定速率之作用力。隨之, 藉由 P ~ Lp 曲線及極限拉拔抗力 Pu 之模擬值與量測值之比對, 吾人即可驗證數值模型及模擬程序之有效性。

(1) 數值模型

① 幾何模式

山黃麻有限元素數值模型之尺寸為 960 cm x 600 cm (=寬 x 高), 如圖 2 所示。

② 邊界條件

在拉拔抗力試驗模擬過程中, 遠離試驗區之邊界土體可忽略其位移, 所以數值模型之左右邊界與試驗區之距離約為試驗區寬度

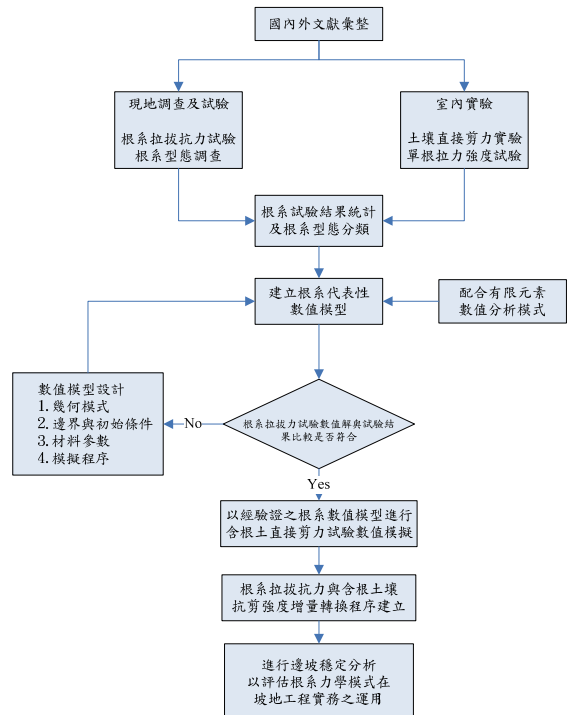


圖 1 研究流程图

Fig.1 Flow chart of methodology

B ($=135\text{ cm}$) 之 3 倍 (Lin, 2007), 而下邊界深度則取為試驗區深度 L ($=200\text{ cm}$) 之 3 倍, 以避免邊界效應之影響。同時, 將數值模型之左、右邊界設定為水平向位移束制邊界 (即水平位移量 $\Delta X=0$), 而底側邊界則設定為雙向位移束制邊界 (即水平位移量 $\Delta X=0$ 及垂直位移量 $\Delta Y=0$)。

(2) 材料模式參數

① 土壤材料模式

試區土壤依據土壤統一分類法之分類屬低塑性黏土-低塑性沈泥 (CL-ML), 依直接剪力試驗結果, 可得平均凝聚力 $c=23.5\text{ kPa}$, 平均摩擦角 $\phi=21.3^\circ$ 。膨脹角 ψ 依據經驗 (Plaxis, 2002), 一般粘性土壤之 $\psi \approx 0$; 砂性土壤之 ψ 角則依土壤之單位體積重及摩擦角 ϕ 而定。一般含石英之砂質土, 在 $\phi > 30^\circ$ 時, $\psi=(\phi-30^\circ)$; 而 $\phi < 30^\circ$ 時, $\psi=0$ 。對於非常疏鬆之砂土, 其 ψ 角可能為一很小之負值 ($\psi=0^\circ$ 且 $\psi < 0^\circ$)。故本研究採用 $\psi=0^\circ$ 。

土/根兩種材料之界面強度參數 c_{int} ($=R_{int} \times c$) 及 ϕ_{int} ($=R_{int} \times [\tan-1 \tan \phi]$), 乃採用土壤強度參數 c 及 ϕ 之 70% 輸入, 即界面強度折減係數 $R_{int}=0.7$; 土壤模式採用莫爾-庫倫 (Mohr-Coulomb) 破壞準則及彈性-完全塑性 (elastic perfectly plastic) 應力應變關係。依據低塑性黏土或低塑性沉泥之工程特性, 可假設土壤楊氏模數 $E_s=5000\text{ kPa}$, 柏松比 $\nu=0.3$ 。材料參數輸入值, 如表 4 所示。

② 根系材料模式

依據現地根系調查結果與圖鑑資料, 可建構簡化之根系數值模型, 並設定各植生根系之材料模式參數。其中, 主根、側根及鬚根皆以土工織物元素進行模擬。根系材料模式參數採用軸向勁度 $EA \neq 0$ 。楊氏模數及根徑~單根拉力強度之回歸公式, 皆依據實際單根材料拉力強度之試驗結果來決定。

表 4 土壤材料模式參數

Table 4 Soil material model parameters

土壤模式	ϕ ($^\circ$)	c (kPa)	ψ ($^\circ$)	ν	E_s (kPa)	γ_{unsat} (kN/m^3)	γ_{sat} (kN/m^3)	R_{int}
莫爾-庫倫	21.3	23.5	0	0.3	5000	18	20	0.7

山黃麻根系之楊氏模數, 則依據單根拉力試驗應力~應變結果求得 $E_r=1500\text{ kPa}$ 。單根之極限拉力可由回歸公式求得, 根系材料輸入參數, 如表 5 所示。由苧住昇 (1987) 山黃麻根系圖鑑所設計之根系簡化通用數值模型, 如圖 3(a) 及 3(b) 所示。依此基本形態, 調整主根根徑, 將其分為 4 組 (主根根徑 $d=3$ 、4.5 及 6 cm, 依序為 a~d 組), 分別進行模擬。

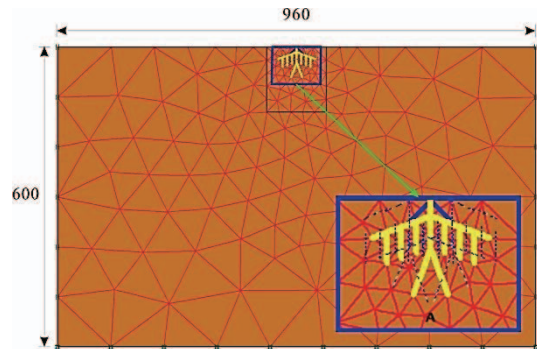


圖 2 山黃麻之土/根系統拉拔抗剪試驗有限元素網格 (單位:cm)

Fig.2 Finite element mesh for pull-out test of India charcoal trema soil/root system

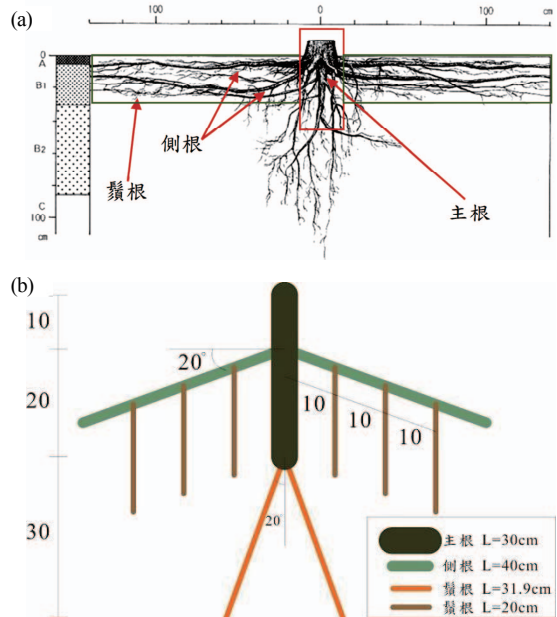


圖 3 山黃麻根系之 (a) 圖鑑示意說明 (b) 數值模型 (單位:cm)

Fig.3 (a) Schematic illustration (b) numerical model of India charcoal trema root system (unit: cm)

(3) 模擬分析之執行

執行拉拔試驗數值模擬時, 先於地表面植物根系出露點處, 施加垂直向上之拉拔位移, 並記錄該拉拔位移所計算之對應拉拔抗力。持續施加垂直向上之拉拔位移, 直至拉拔抗力達極限拉拔抗力為止 (根系周圍土壤發生大區域塑性變形)。

2. 土/根系統直接剪力試驗

根據土/根系統之剪力強度公式： $S_r=c+\Delta S_r+\alpha\tan\phi$ ，根系對土壤剪力強度之貢獻量，即為抗剪強度增量 ΔS_r 。因此，在完成拉拔抗力試驗數值模型之驗證後，隨即以相同之土/根系統數值模型，進行直接剪力試驗之數值模擬，以決定根系所產生之抗剪強度增量 ΔS_r 。最後，並建立抗剪強度增量 ΔS_r 與根系極限拉拔抗力 P_u 間之轉換機制。

(1) 數值模型

① 幾何模式

山黃麻整體有限元素數值模型尺寸為 960 cm×600 cm (=寬×高)，直剪試區尺寸為 80 cm×20 cm (=寬×厚)，如圖 4 所示。

(2) 材料模式參數

土/根系統直接剪力試驗數值模擬所使用之土壤及根系材料模式參數，與土/根系統拉拔抗力試驗數值模擬者相同，分別如表 4 及表 5 所示。

(3) 模擬分析之執行

直接剪力試驗數值模擬共進行 4 組，每 1 組採 4 個正向應力 σ 進行模擬。於直剪試區施加之正向應力 $\sigma=\Delta\sigma+W$ ，其中， $\Delta\sigma$ =正向應力增量， W =受剪面覆土壓力。 $\Delta\sigma$ 分別設定為 1、5、10

及 30 kPa。其中，山黃麻組之 $W=0.2$ m (受剪面上之覆土厚度)× 18 kN/m³ (土壤單位體積重量)=3.6 kPa，故山黃麻組之 σ 分別為 4.6、8.6、13.6 及 33.6 kPa。試驗模擬開始時，於直剪試體側方逐級施加推力，直至受剪面之剪應力達尖峰值 (根系周圍土壤發生大區域塑性變形) 為止。

3. 根系力學模式在坡地工程實務運用之模擬

依據上節之土-根系統力學試驗之數值模擬運算程序及技巧，以及本研究推導所得山黃麻根系極限拉拔抗力 P_u 與含根土抗剪強度增量 ΔS_r 之關係，來進行全尺寸植生邊坡穩定性分析。

目前含根邊坡穩定分析常用方法有兩種，包含根系-加勁材轉換法及根系-加勁等值層轉換法。根系-加勁材轉換法中，將根系以加勁材之方式配置於數值模型中，來模擬其對邊坡穩定之影響。另外，根系-加勁等值層轉換法則是將含根土轉換成一具有額外抗剪強度增量 ΔS_r (=外視凝聚力增量 Δc) 之等值加勁層 (equivalent reinforced layer)，以模擬根系對土壤之加勁效果。

本研究對植生工程中各種根系參數進行研究，並以量化方式探討各種根系參數在邊坡穩定性中所具有之影響度。邊坡穩定分析方法，同時採用極限平衡法及有限元素法，以求得植生邊坡在各種含根狀態下之穩定性安全係數。

另外，為探討含根邊坡相對於無根邊坡之穩定性，本研究採用相對安全係數 (Relative Factor of Safety, RFS) 來評估植生根系對邊坡穩定性之影響。其中，RFS

表 5 山黃麻根系數值模型之材料模式參數

Table 5 Root material model parameters of India charcoal trema for numerical simulation

部位	d (cm)	a (cm ²)	L (cm)	E _r (kPa)	t (kPa)
主根	3	7.06	30.0	1500	15.93
	4	12.57			27.39
	5	19.63			41.69
	6	28.27			58.78
側根	2	3.14	40.0	1500	7.421
鬚根 (主根下方)	1	0.79	31.9	1500	2.011
鬚根 (側根下方)	1	0.79	20.0	1500	2.011

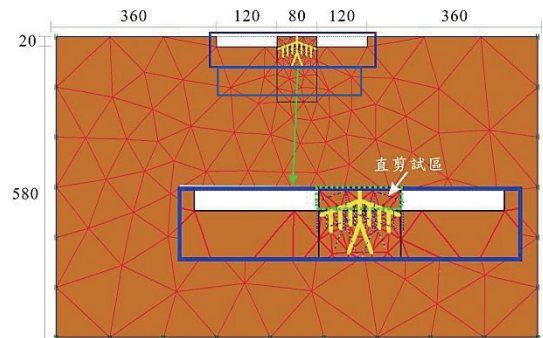


圖 4 含根土直接剪力試驗數值模型有限元素網格 (單位 cm)

Fig.4 Finite element mesh of numerical model of direct shear test for India charcoal trema soil/root system

定義為含根邊坡安全係數 (FS_r) 與無根邊坡安全係數 (FS_0) 之比值, 即 FS_r / FS_0 。同時, 建立邊坡角 β 、根長 L_r 與邊坡穩定性相對安全係數 RFS 之關係曲線。並且依據不同植物相對安全係數 RFS 之比較, 評估不同植物根系對邊坡之加勁效果。

(1) 有限元素 c - ϕ 折減法數值模型

① 幾何模式

(a) 幾何模式：取坡高 $H=10\text{ m}$, 邊坡水平長度為 L , 如圖 5 所示。

(b) 邊坡角：取 $\beta=20^\circ (H/L=36.4\%, 4\text{ 級坡})$ 、 $25^\circ (H/L=46.6\%, 5\text{ 級坡})$ 、 $40^\circ (H/L=83.9\%, 6\text{ 級坡})$ 及 $50^\circ (H/L=119.2\%, 7\text{ 級坡})$, 共 4 組坡級進行穩定性分析。

表 6 c - ϕ 折減邊坡穩定分析法不同邊坡角 β 之相對臨界凝聚力

Table 6 Critical cohesion determined by finite element c - ϕ reduction slope stability method for bared slope with various slope angles

土壤模式	ϕ ($^\circ$)	β ($^\circ$) (H/L) (%)	c_0 (kPa)	元素 (個)	節點數 (個)
莫爾-庫倫	21.3 $^\circ$	20 $^\circ$ (36.4%, 4級坡)	1×10^{-5}	85	751
		25 $^\circ$ (46.6%, 5級坡)	1.15	76	677
		40 $^\circ$ (83.9%, 6級坡)	7.50	85	751
		50 $^\circ$ (119.2%, 7級坡)	14.0	101	879

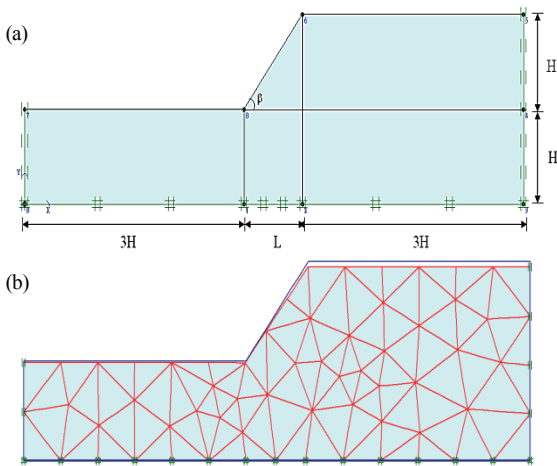


圖 5 二維全尺寸含根邊坡 (a) 數值模型及邊界條件 (b) 有限元素網格

Fig.5 2-D full scale vegetated slope (a) numerical model and boundary condition (b) finite element mesh

(c) 邊界條件：兩側之位移邊界採水平位移束制邊界 ($\Delta X=0$)；底側位移邊界為位移完全束制邊界 ($\Delta X=0, \Delta Y=0$)。

(2) 材料模式參數

山黃麻在不同邊坡角 β 及根系分布深 L_r 條件下, 根系對邊坡穩定性之貢獻, 可採相對安全係數 RFS 表示。在進行邊坡穩定分析時, 無根邊坡之凝聚力 c 經試誤法求得臨界凝聚力 c_0 , 使其計算之安全係數 $FS_0=1.0$ 。因此, 在求得含根邊坡之安全係數 FS_r 時, 即可決定相對安全係數 $RFS=FS_r/FS_0=FS_r$ 。採用 RFS 之目的在確認根系為邊坡穩定性增加之唯一貢獻。最後, 並繪製 RFS, β 及 L_r 之關係曲線, 如圖 19、20 所示。

① 土壤材料參數

數值模型之土壤材料參數, 如表 4 所示。其中, 土壤凝聚力採用各邊坡角 β 所對應之臨界凝聚力 c_0 (即無根邊坡安全係數 $FS_0=1$ 時所對應之凝聚力), 如表 6 所示。

② 根系參數

含根土層之根系加勁效果以等值加勁層進行模擬, 其外視凝聚力增量 Δc ($=\Delta S_r=43.3\text{ kPa}$) 係由直接剪力試驗數值模擬所求得。山黃麻根系之分布深度 L_r 以等值加勁層之厚度來模擬, 並分別取 $L_r=50\text{ cm}$ 、 70 cm 及 100 cm 等 3 組條件, 進行邊坡穩定性分析。

(3) 極限平衡法數值模型

① 幾何模式

(a) 幾何模式：取坡高 $H=10\text{ m}$, 邊坡水平長度為 L , 根分部深度 L_r , 如圖 6 所示。

(b) 邊坡角：取 $\beta=20^\circ (H/L=36.4\%, 4\text{ 級坡})$ 、 $25^\circ (H/L=46.6\%, 5\text{ 級坡})$ 、 $40^\circ (H/L=83.9\%, 6\text{ 級坡})$ 及 $50^\circ (H/L=119.2\%, 7\text{ 級坡})$, 共 4 組坡級進行穩定性分析。

(c) 邊界條件：兩側之位移邊界採水平位移束制邊界 ($\Delta X=0$)；底側位移邊界為位移完全束制邊界 ($\Delta X=0, \Delta Y=0$)。

(4) 材料模式參數

① 土壤參數

數值模型之土壤參數, 如表 4 所示。其中, 土壤凝聚力採用各邊坡角 β 所對應之臨

界凝聚力 c_0 (即無根邊坡安全係數 $FS_0 = 1$ 時所對應之凝聚力) 如表 7 所示。

- ② 根系參數
與表 5 相同。

四、結果與討論

1. 山黃麻拉拔抗力試驗數值模擬結果驗證

根系於土中之生長具有隨機性，以實際生長形態來建構數值模型，反不具有代表性。因此，本研究依據現地調查成果，將標的植生根系之實際生長形態，予以簡單幾何化後，使成為較具代表性之數值根系形態，再據此進行拉拔抗力試驗之數值模擬。之後，藉由比對拉拔抗力~拔出量關係曲線之試驗值及模擬值間之吻合度，即可驗證數值程序之有效性。

拉拔抗力試驗數值模擬中，山黃麻 d 組 (主根根徑 = 6 cm) 之根系網格變形及數值模擬之土/根系統之土壤垂直變位等值圖分布，分別如圖 7(a) 及 (b) 所示。另外，數值模擬與現地試驗之拉拔抗力~拔出量之關係曲線，如圖 8 所示。山黃麻土/根系統拉拔抗力試驗及數值模擬結果比對成果。

2. 山黃麻土/根系統直接剪力試驗數值模擬成果

含根土直接剪力試驗數值模擬與根系拉拔抗力試驗數值模擬相同之根系及土壤參數進行模擬。於逐次加剪力位移過程中，山黃麻 c 組 (主根根徑=4.0 cm) 之

土/根變形模式、數值模型之剪應力分布，分別如圖 9 及圖 10 所示。

表 7 極限平衡法邊坡穩定分析中邊坡角 β 之相當臨界凝聚力

Table 7 Critical cohesion determined by limit equilibrium slope stability method for bared slope with various slope angles

土壤模式	ϕ (°)	β (°) (H/L) (%)	c_0 (kPa)
莫爾-庫倫	21.3°	20° (36.4%, 4級坡)	1×10^{-6}
		25° (46.6%, 5級坡)	1.15
		40° (83.9%, 6級坡)	8.5
		50° (119.2%, 7級坡)	13.0

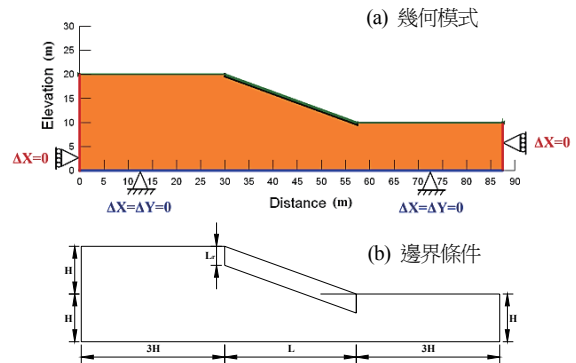


圖 6 二維全尺寸含根之邊坡 (a) geometry model (b) boundary conditions

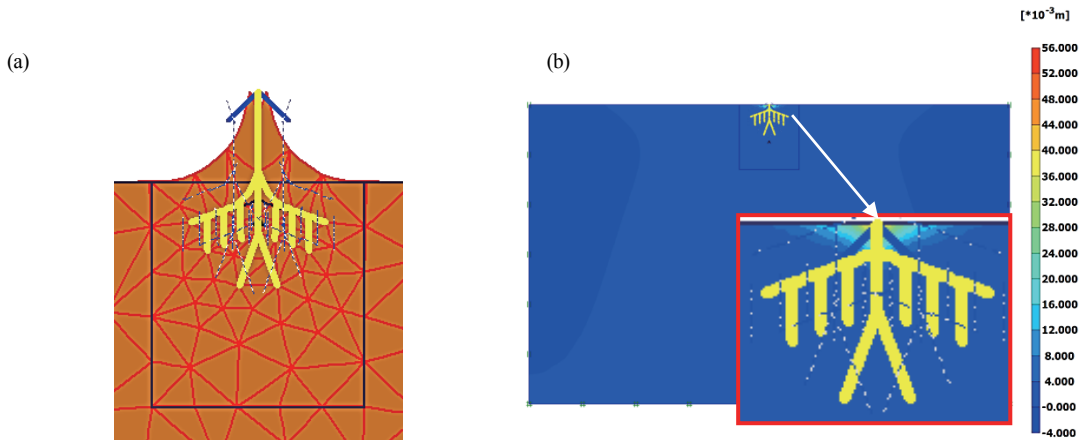


圖 7 山黃麻拉拔抗力試驗數值模擬結果 (a) 變形網格 (b) d-組主根根徑 6cm 之土-根系統垂直變位等值圖分布 (P=18 kN)

Fig.7 Numerical results of pull-out test for India charcoal trema soil/root system (a) deformed mesh (b) contour of vertical displacement of d-group (P=18 kN)

圖 11 為 4 組含根土直接剪力模擬試驗成果之剪應力-正向應力 ($\tau \sim \sigma$) 關係。其中，a 組所得之含根土剪力強度方程式： $\tau = 63.1 + \sigma \tan 21.2^\circ$ ，式中， τ 及 σ 單位為 kPa；b 組所得之含根土剪力強度方程式： $\tau = 66.8 + \sigma \tan 21.3^\circ$ ；c 組所得之含根土剪力強度方程式： $\tau = 69.8 + \sigma \tan 21.1^\circ$ ；d 組所得之含根土剪力強度方程式： $\tau = 70.0 + \sigma \tan 21.3^\circ$ 。以原土壤之剪力強度方程式： $\tau = 23.5 + \sigma \tan 21.3^\circ$ 來比對 4 組含根土及無根土之剪力強度方程式，根系對土壤提供之抗剪強度增量 ΔS_r 分別為：a 組之 39.6 kPa，b 組之 43.3 kPa，c 組之 46.3 kPa 及 d 組之 46.5 kPa。由直剪試驗數值模擬成果可驗證，山黃麻根系對土壤之加勁作用主要是增加土壤之凝聚力 c ，而對土壤之摩擦角 ϕ 之影響不大。

3. 山黃麻根系極限拉拔抗力與抗剪強度增量轉換程序

含根土之剪力強度公式為： $S_r = c + \Delta S_r + \sigma \tan \phi$ ，其中，根系對土壤剪力強度之貢獻即為抗剪強度增量 ΔS_r 。為求得根系極限拉拔抗力 P_u 與抗剪強度增量 ΔS_r 間之關係，本研究針對山黃麻之根系，以現地拉拔試驗及土~根直接剪力試驗兩種試驗之數值模擬結果，可推導出其間之轉換關係式如下：

$$\Delta S_r = m \times (P_u)^n$$

式中，

$\Delta S_r =$ 抗剪強度增量 (kPa)

$P_u =$ 根系極限拉拔抗力 (kN)

$m, n =$ 轉換參數，與植生根系型態有關。

經由數值模擬求得之山黃麻根系極限拉拔抗力試驗 P_u 及含根土直接剪力試驗數之抗剪強度增量 ΔS_r ，如表 8 所示，並依迴歸分析可推導山黃麻根系之 $\Delta S_r = f(P_u)$ 之關係式為： $\Delta S_r = 37.66 \times (P_u)^{0.3676}$ ，如圖 12 所示。同時，可反算此關係式之轉換參數 m 及 n 分別為 37.66 及 0.3676。

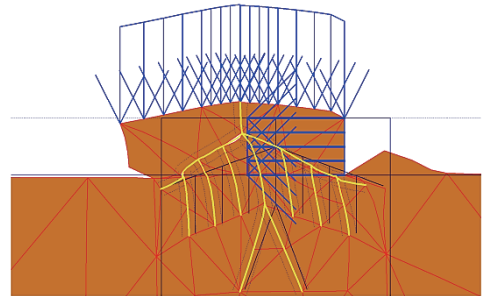


圖 9 山黃麻土/根系系統直剪試驗極限元素數值模擬之變形網格 (c-組，主根根徑=4.0 cm，變形放大比例：2 倍)

Fig.9 Deformed mesh of finite element simulation of direct shear test of India charcoal trema soil/root system (c group, diameter of tap root=4.0 cm, magnifying scale: 2 times)

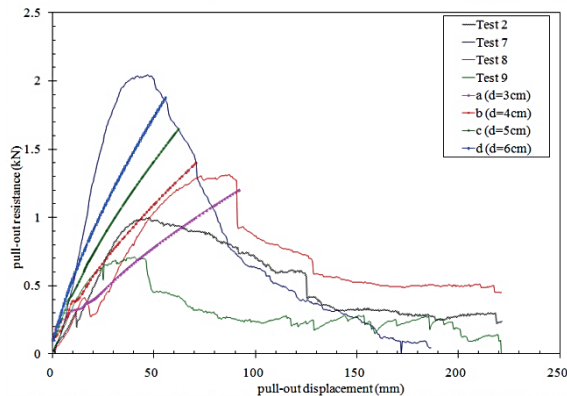


圖 8 山黃麻根系各種基徑 ($d=3, 4, 5, 6$ cm) 之土-根系系統拉拔抗力-拔出位移關係之試驗成果 (Test 2, 7, 8, 9) 與數值模擬 (a, b, c, d) 比較

Fig.8 Comparison between measurements and simulations of pull-out resistance ~ pull-out displacement relationship of India charcoal trema soil/root system with various basal diameter of root

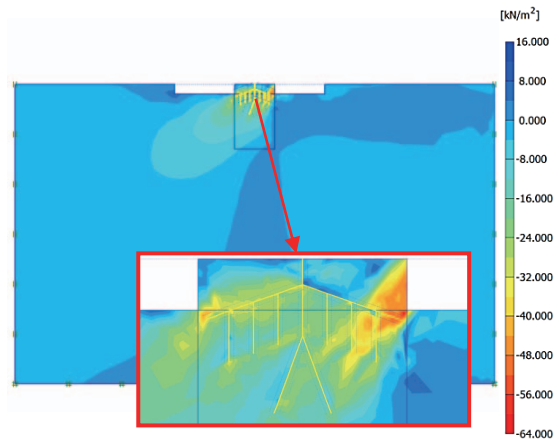


圖 10 山黃麻土/根系系統直剪試驗模擬剪應力分布 (正向應力 = 10 kPa，水平剪位移 = 8 cm)

Fig.10 Shear stress contour (τ_{vx}) for numerical simulation of direct shear test of India charcoal trema soil/root system (normal stress=10 kPa, shear displacement=8 cm)

4. 根系力學模式在坡地工程實務運用之模擬成果

(1) 有限元素法

本節以等值加勁層來模擬含根土壤，並進行全尺寸含根邊坡之二維穩定性分析及參數研究(包含根長、坡角等)。穩定性分析採用 $c-\phi$ 強度折減法分別求取含根土及無根土之安全係數 FS，相對安全係數 RFS 如下表 9 所示。其中，在邊坡角 $\beta=40^\circ$ ($H/L=83.9\%$, 6 級坡)，山黃麻根系之分布深 $L_r=100$ cm 條件，邊坡在臨界狀態下 ($FS=1.0$) 之剪應力 τ_x 分布，如圖 13 所示。邊坡在臨界狀態下，不同邊坡角之含根、未含根之總變位增量分別如圖 14~17 所示。其中，比例尺所顯示之總變位增量並不具有物理意義，其值乃由強度折減法求得之量，祇用來表示邊坡破壞時之總變位增量相對大小分布，將邊坡不同區位之總

變位增量最大值相連，可表示破壞面可能發展之位置及滑動機制。在邊坡角 $\beta=50^\circ$ ($H/L=119.2\%$, 7 級坡)，根系之分布深 $L_r=100$ cm 條件下，邊坡臨界狀態之網格變形模式如圖 18 所示。

表 8 山黃麻根系極限拉拔抗力及直接剪試驗抗剪強度增量數值模擬結果

Table 8 Numerical results of ultimate pull-out resistance and shear strength increment of direct shear test of India charcoal trema soil-root system

組別 (主根根徑, cm)	根系極限拉拔抗力試驗 P_u (kN)	含根土抗剪強度增量 ΔS_f (kPa)
a (3)	1.20	39.6
b (4)	1.40	43.3
c (5)	1.65	46.3
d (6)	1.88	46.5

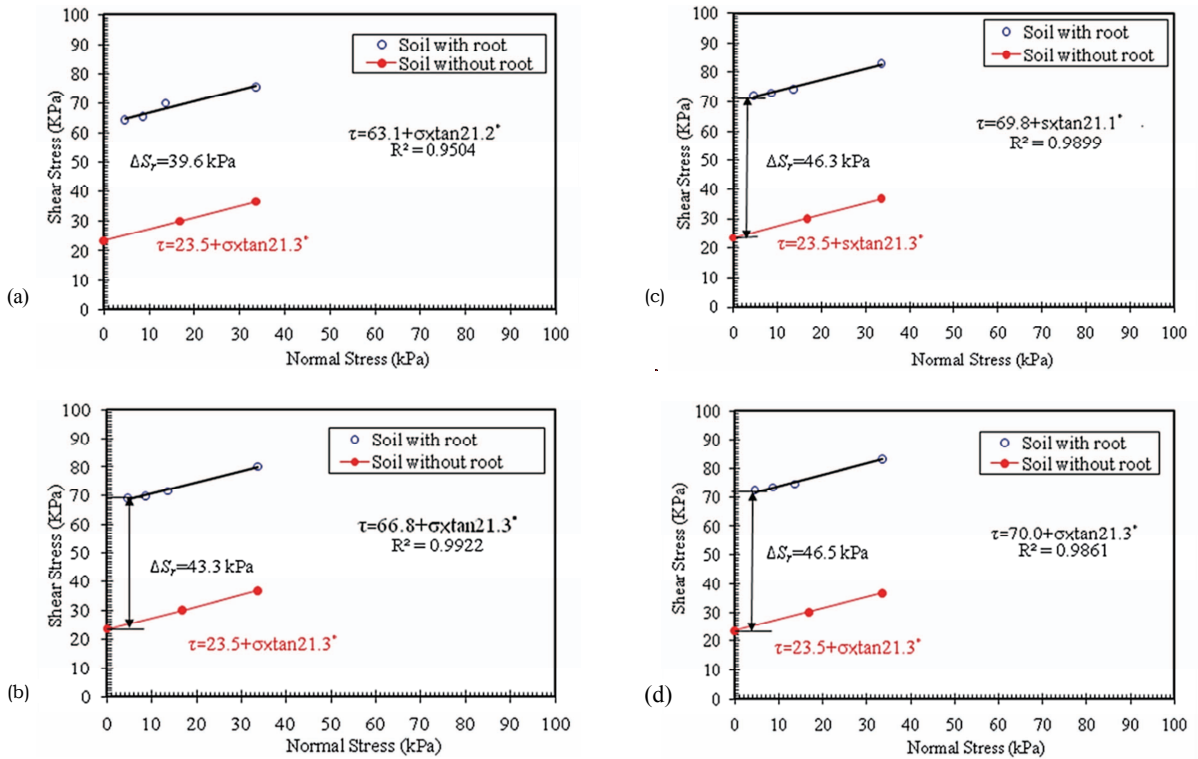


圖 11 山黃麻不同主根根徑含根土數值模擬及無根土室內試驗之直接剪試驗強度試驗比較 (a) 根徑=3 cm (b) 根徑=4 cm (c) 根徑=5 cm (d) 根徑=6 cm

Fig.11 Comparison of shear strength of soil samples with (simulation) and without (laboratory test) India charcoal trema root for various tap root diameter of (a)3 cm (b)4 cm (c)5 cm (d)6 cm

(2) 極限平衡法

採用極限平衡法分別求取含根土及無根土之安全係數 FS 。相對安全係數 RFS 如下表 10 所示。圖 21 山黃麻植生邊坡在坡角 $\beta=20^\circ$ ，根系分布深 $L_r=50$ cm 條件下，滑動面位於加勁層與土層交界面之情況。並利用上述模擬結果繪製 RFS 、 β 及 L_r 之關係曲線，如圖 22、23 所示。

表 9 山黃麻植生邊坡採用 $c-\phi$ 強度折減穩定分析法之相對安全係數

Table 9 Relative factor of safety of vegetated slope with India charcoal trema using $c-\phi$ strength reduction stability analysis method

邊坡角 β ($^\circ$)	坡度 H/L (%)	坡級 S (級)	根系分布深 L_r (cm)	相對安全係數 RFS
20 $^\circ$	36.4	4	50	1.087
			70	1.106
			100	1.131
25 $^\circ$	46.6	5	50	1.062
			70	1.080
			100	1.115
40 $^\circ$	83.9	6	50	1.058
			70	1.075
			100	1.099
50 $^\circ$	119.2	7	50	1.049
			70	1.067
			100	1.098

表 10 山黃麻植生邊坡採用極限平衡穩定分析法之相對安全係數

Table 10 Relative factor of safety of vegetated slope with India charcoal trema using limit equilibrium stability analysis method

邊坡角 β ($^\circ$)	坡度 H/L (%)	坡級 S (級)	根系分布深 L_r (cm)	相對安全係數 RFS
20 $^\circ$	36.4	4	50	1.093
			70	1.112
			100	1.145
25 $^\circ$	46.6	5	50	1.060
			70	1.086
			100	1.117
40 $^\circ$	83.9	6	50	1.053
			70	1.074
			100	1.102
50 $^\circ$	119.2	7	50	1.044
			70	1.058
			100	1.096

表 11 山黃麻植生邊坡在各種坡面形狀及根系情況下，採用不同穩定分析法之相對安全係數比較

Table 11 Comparison of relative factor of safety of vegetated slope with India charcoal trema using different stability analysis methods under various slope geometries and rooting depths

邊坡角 β ($^\circ$)	坡度 H/L (%)	根系分布深 L_r (cm)	相對安全係數 RFS	
			有限元素 $c-\phi$ 強度折減法	極限平衡法
20 $^\circ$	36.4	50	1.087	1.093
		70	1.106	1.112
		100	1.131	1.145
25 $^\circ$	46.6	50	1.062	1.060
		70	1.080	1.086
		100	1.115	1.117
40 $^\circ$	83.9	50	1.058	1.053
		70	1.075	1.074
		100	1.099	1.102
50 $^\circ$	119.2	50	1.049	1.044
		70	1.067	1.058
		100	1.098	1.096

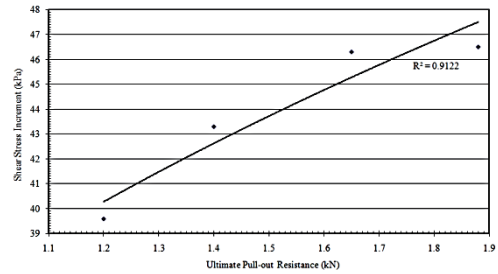


圖 12 山黃麻根系之極限拉拔抗力與抗剪強度增量關係

Fig.12 Relationship between ultimate pull-out resistance and shear strength increment of India charcoal trema soil-root system

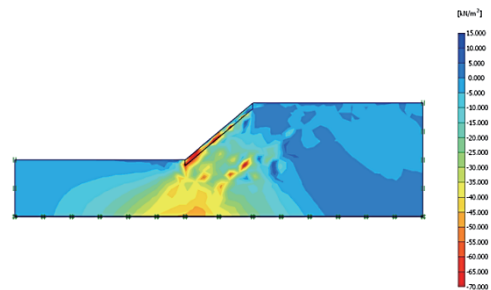


圖 13 邊坡角 $\beta=40^\circ$ ($H/L=83.9\%$ ，6 級坡)，根系地下分布深度 $L_r=100$ cm，在臨界狀態下 ($FS=1.0$) 剪應力 (τ_{zx}) 等值圖

Fig.13 Shear stress (τ_{zx}) contour at critical state ($FS=1.0$) for the slope with slope angle $\beta=40^\circ$ (83.9%, Grade-6 slope) and rooting depth $L_r=100$ cm

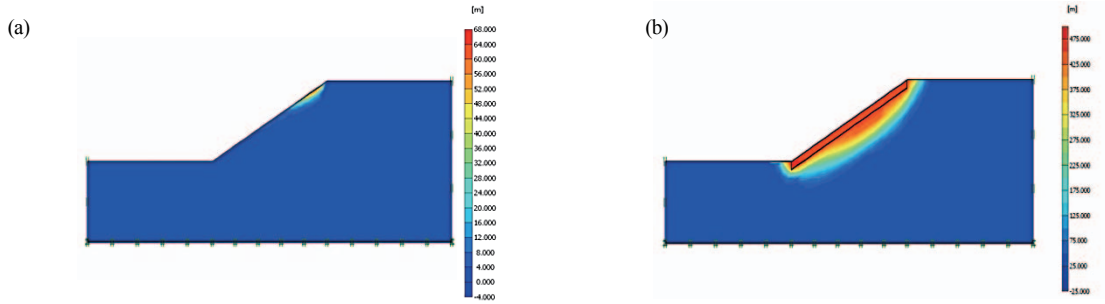


圖 14 邊坡 $\beta=20^\circ$ ($H/L=36.4\%$, 4 級坡) 總變位增量等值圖 (a) 含根邊坡 $FS_r=1.131$ (b) 無根邊坡 $FS_0=1.0$

Fig.14 Total displacement increment contour for slope with slope angle $\beta=20^\circ$ ($H/L=36.4\%$, Grade-4 slope) (a) vegetated slope $FS_r=1.131$ (b) bared slope $FS_0=1.0$

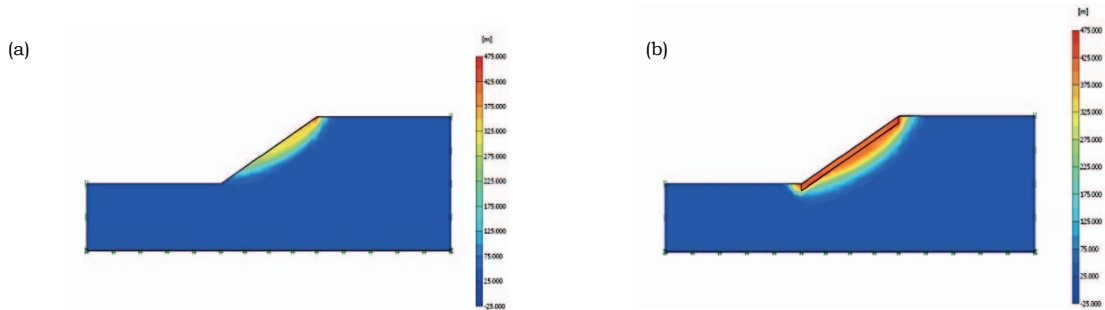


圖 15 邊坡 $\beta=25^\circ$ ($H/L=46.6\%$, 5 級坡) 總變位增量等值圖 (a) 含根邊坡 $FS_r=1.115$ (b) 無根邊坡 $FS_0=1.0$

Fig.15 Total displacement increment contour for slope with slope angle $\beta=25^\circ$ ($H/L=46.6\%$, Grade-5 slope) (a) vegetated slope $FS_r=1.115$ (b) bared slope $FS_0=1.0$

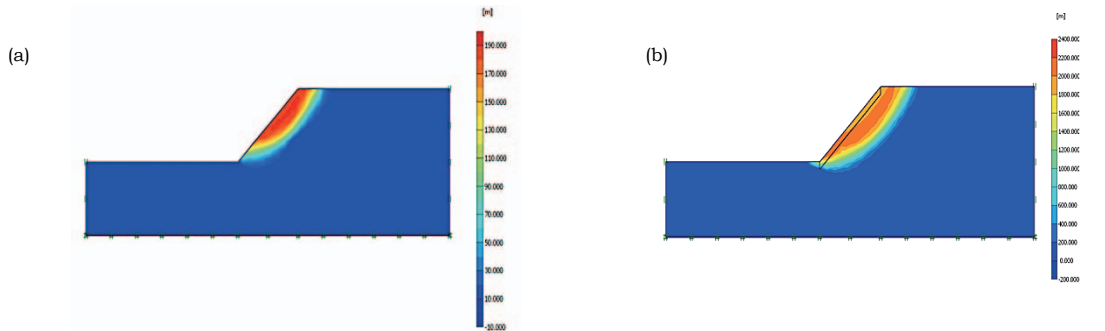


圖 16 邊坡 $\beta=40^\circ$ ($H/L=83.9\%$, 6 級坡) 總變位增量等值圖 (a) 含根邊坡 $FS_r=1.099$ (b) 無根邊坡 $FS_0=1.0$

Fig.16 Total displacement increment contour for slope with slope angle $\beta=40^\circ$ ($H/L=83.9\%$, Grade-6 slope) (a) vegetated slope $FS_r=1.099$ (b) bared slope $FS_0=1.0$

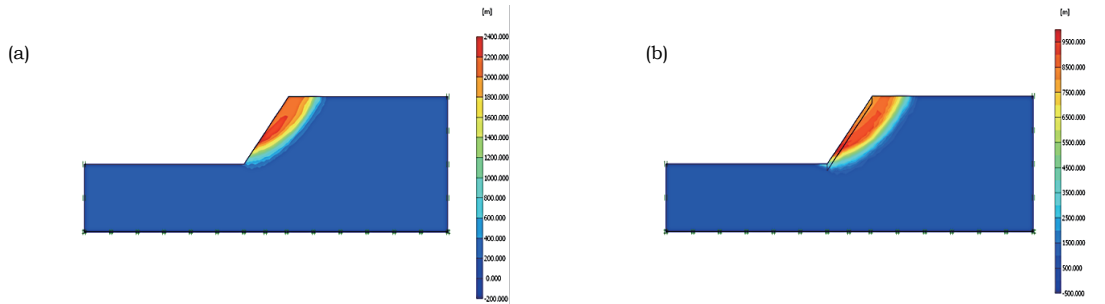


圖 17 邊坡 $\beta=50^\circ$ ($H/L=119.2\%$, 7 級坡) 總變位增量等值圖 (a) 含根邊坡 $FS_r=1.098$ (b) 無根邊坡 $FS_0=1.0$

Fig.17 Total displacement increment contour for slope with slope angle $\beta=50^\circ$ ($H/L=119.2\%$, Grade-7 slope) (a) vegetated slope $FS_r=1.098$ (b) bared slope $FS_0=1.0$

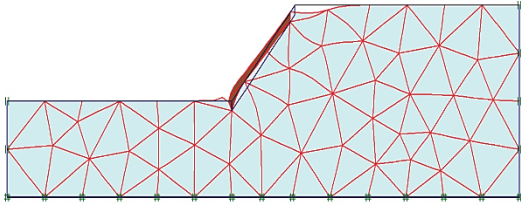


圖 18 山黃麻植生邊坡採用 $c-\phi$ 強度折減穩定分析法，坡角 $\beta=50^\circ$ ($H/L=119.2\%$ ，7 級坡) 之根系地下分佈深度 $L_r=100$ cm 之邊坡破壞模式

Fig.18 Failure mode of vegetated slope with slope angle $\beta=50^\circ$ (119.2%, Grade-6 slope) and rooting depth $L_r=100$ cm using $c-\phi$ strength reduction stability analysis method

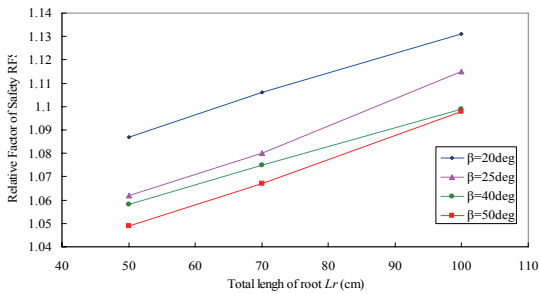


圖 19 山黃麻植生邊坡採用 $c-\phi$ 強度折減穩定分析，在不同坡角 β 條件下之根系分佈深度 L_r 與相對安全係數 RFS 之關係

Fig.19 Relationship between rooting depth L_r and relative factor of safety RFS for vegetated slope with India charcoal trema and various slope angles β using $c-\phi$ strength reduction stability analysis method

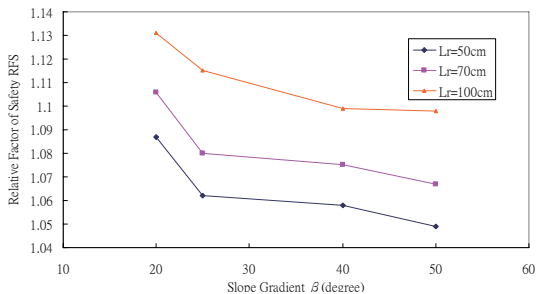


圖 20 山黃麻植生邊坡採用 $c-\phi$ 強度折減穩定分析，在不同根系分佈深度 L_r 條件下之坡角 β 與相對安全係數 RFS 之關係

Fig.20 Relationship between slope angle β and relative factor of safety RFS for vegetated slope with India charcoal trema and various rooting depth L_r using $c-\phi$ strength reduction stability analysis method

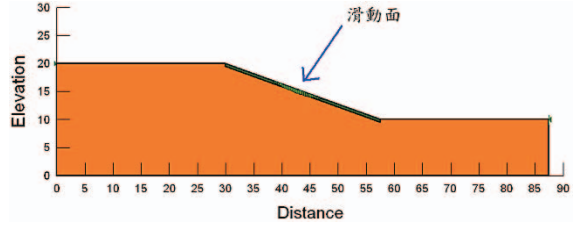


圖 21 山黃麻植生邊坡採用極限平衡穩定分析法，在坡角 $\beta=20^\circ$ 之根系分佈深度 $L_r=50$ cm 之邊坡破壞模式

Fig.21 Failure mode of vegetated slope with India charcoal trema, slope angle $\beta=50^\circ$ (119.2%, Grade-6 slope) and rooting depth $L_r=100$ cm using $c-\phi$ strength reduction stability analysis method

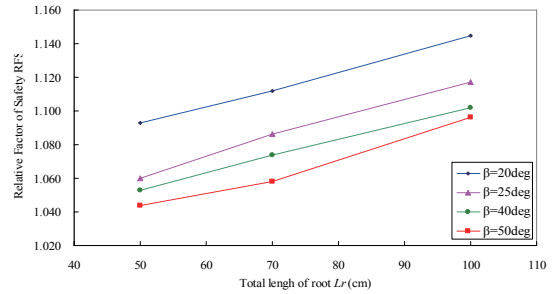


圖 22 山黃麻植生邊坡採用極限平衡穩定分析法，在不同坡角 β 條件下之根系分佈深度 L_r 與相對安全係數 RFS 之關係

Fig.22 Relationship between rooting depth L_r and relative factor of safety RFS for vegetated slope with India charcoal trema and various slope angles β using limit equilibrium stability analysis method

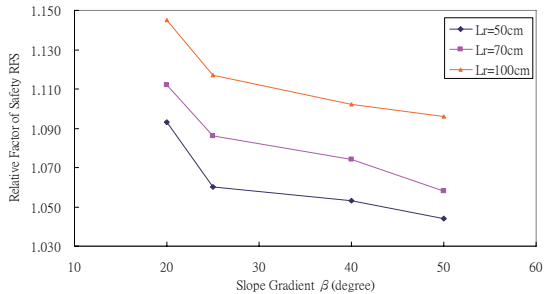


圖 23 山黃麻植生邊坡採用極限平衡穩定分析法，在不同根系分佈深度 L_r 條件下之坡角 β 與相對安全係數 RFS 之關係

Fig.23 Relationship between slope angle β and relative factor of safety RFS for vegetated slope with India charcoal trema and various rooting depth L_r using limit equilibrium stability analysis method

五、結 論

1. 由試驗獲得之根系抗拉應力~應變關係曲線, 可推估根系材料之根徑 d (mm) ~ 抗拉強度 t (kN) 之回歸關係式為 $t=0.0263 \times d^{1.88}$ 。
2. 依據現地調查之根系形態, 建構含根土之二維數值模型, 並進行現地根系拉拔抗力試驗之數值模擬。透過現地拉拔抗力試驗值與模擬值之比對, 可驗證所提數值程序之有效性。採用同一組山黃麻拉拔抗力試驗數值模型, 進行含根土直接剪力數值模擬, 可決定其抗剪強度增量 ΔS_r , 並推導根系極限拉拔抗力 P_u ~ 抗剪強度增量 ΔS_r 之轉換關係式 (即 $P_u \sim \Delta S_r$ 關係式) 為 $\Delta S_r = 37.66 \times (P_u)^{0.3676}$ 。由此關係式, 可有快速推估山黃麻含根土由於根系所提供抗剪強度增量 Δc ($=\Delta S_r$)。
3. 由分析成果可知, 山黃麻根系對整體邊坡穩定性之貢獻度可由安全係數之提升來評估。含根土由於根系所增加之安全係數約為無根土者之 6% ~ 13%。另外, 山黃麻根系之分布深度 L_r 對邊坡穩定性之提升有較大影響。尤其當邊坡角度 $\beta < 40^\circ$ 時, L_r 對邊坡穩定性提升效果會隨 β 之增加而越顯著。然而, 當 $\beta > 40^\circ$ 時, L_r 對邊坡穩定性提升效果將逐漸遞減。探究其原因, 乃邊坡變為陡峭時, 其潛在滑動破壞面將更越遠離坡面, 使破壞塊體更加擴大。因此, 在水平根系無法延展至潛在滑動破壞面附近之情況下, 自然無法提供應有之加勁效果。
4. 比較兩種穩定性安全係數分析法所得之相對安全係數 RFS , 兩者差異在 0.1% ~ 1.2% 之間, 其結果甚為接近且趨勢一致。因此, 進行含根土邊坡穩定分析時, 採用有限元素 $c-\phi$ 強度折減法及極限平衡法分析皆屬適宜。

參考文獻

1. 刘住昇 (1987), 「樹木根系圖說」, 誠文堂新光社, 720。(Yi, Z.S. (1987), *Illustration of Tree Roots*, Cheng Wen Tang Xin Guang Book Company, 720. (in Chinese))
2. Abe, K., and Ziemer, R.R. (1991). "Effect of tree roots on a shear zone: modeling reinforced shear strength." *Can. J. For. Res.* 21, 1012-1019.
3. Abe, K. (1991). "Estimation of reinforced shear resistance of rooted soil by pull-out resistance of the roots." *J. Jpn. Soc. Reveget. Tech.* 16(4), 37-45.
4. Cazzuffi, D., and Crippa, E. (2005). "Shear strength behavior of cohesive soils reinforced with vegetation." *16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, OSAKA, Japan, September 12-16, 2493-2498.
5. Coppin, N.J., and Richards I.G. (1990). Use of Vegetation in Civil Engineering. Construction Industry, *Research and Information Association* (CIRIA), U.K.
6. Dupuy, L., Fourcaud, T., Stokes, A., and Danjon, F. (2005a). "A density-based approach for the modeling of root architecture: application to Maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) root systems." *Journal of Theoretical Biology* 236, 323-334.
7. Dupuy, L., Fourcaud, T., and Stokes, A. (2005b). "A numerical investigation into factors affecting the anchorage of roots in tension." *European Journal of Soil Science*, 56: 319 - 327.
8. Dupuy, L., Fourcaud, T., and Stokes, A. (2005c). "A numerical investigation into the influence of soil type and root architecture on tree anchorage." *Plant and Soil*. 278: 119 - 134.
9. Dupuy, L., Fourcaud, T., Lac, P., and Stokes, A. (2007). "A generic 3D finite element model of tree anchorage integrating soil mechanics and real root system architecture." *American Journal of Botany*, 94: 1506 - 1514.
10. Ennos, A.R. (1990). "The anchorage of leek seedlings: the effect of root length and soil strength." *Annals of Botany* 65, 409-416.
11. Ennos A.R. (1991). "The mechanics of anchorage in wheat *Triticum aestivum* L. II. Anchorage of mature wheat against lodging." *Journal of Experimental Botany* 42(245), 1607-1613.
12. Gray, D.H., and Sotir, R.B. (1996). "Biotechnical and soil bioengineering slope stabilization. a practical guide for erosion control." *A Wiley- Inter-science Publication*, John Wiley and Sons, Inc.
13. Morgan, R.P.C., and Rickson, R.J. (1995). "Slope stabilization and erosion control-A bioengineering approach." *E & FN SPON*, London.
14. Operstein, V., and Frydman, S. (2000). "The influence of vegetation on soil strength." *Ground Improvement* 4, No.2, 81-89.

15. Operstrin, V., and Frydman, S. (2001). "Numerical simulation of direct shear of root-reinforced soil." *Ground Improvement* 5, 163-168.
16. Plaxis. (2002). Manual of finite element code for soil and rock analyses.
17. Stokes, A., Ball, J., Fitter, A.H., Brain, P., and Coutts, M.P. (1996). "An experimental investigation of resistance of model root systems to uprooting." *Annals of Botany* 78, 415-421.
18. Waldron, L.J. (1977). "The shear resistance of root-permeated homogeneous and stratified soil." *Soil Science Society American Journal*, 843-849.
19. Waldron, L.J., and Dakessian S. (1981). "Soil reinforcement by roots: calculation of increased soil shear resistance from root properties." *Soil Science*, Vol. 132, No. 6, 427-435.
20. Wu, T.H., McKinnell, W.P. III, Swanston, D.N. (1979). "Strength of tree roots and landslides on Prince of Wales Island, Alaska." *Can. Geotech. J.* 16, 19-33.
21. Wu, T.H., McOmber, R.M., Erb, R.T., and Beal, P.E. (1988a). "Study of soil-root interaction." *J. of Geotechnical Engineering* 114(12), 1351-1375.
22. Wu, T.H., Beal, P.E., and Lan, C. (1988b). "In-situ shear test of soil-root systems." *J. of Geotechnical Engineering* 114(12), 1376-1394.
23. Wu T.H., Watson, A.J., and El-Khouly, M.A. (2004). "Soil-root interaction and slope stability ground and water bioengineering for erosion control and slope stabilization." *Science Publisher, Inc.*, 183-192.

2011年04月18日 收稿

2011年05月20日 修正

2011年06月02日 接受

(本文開放討論至 2012 年 9 月 30 日)