

階梯河道水流型態模擬與阻力分析

陳怡良 李光敦*

摘要 水流於階梯-深潭河道流動過程中，產生跌落、翻滾及水躍等水力特性，此三種連續流動過程構成溢濺阻力，而產生大量能量消散。有鑑於山區階梯-深潭河道之幾何形狀過於複雜，難以進行系統化分析；因此本研究由規則階梯渠道著手，利用三維流體動力數值模式，進行詳細的水流型態與阻力分析。研究結果顯示，當流量較低，水流型態為舌流時，水流產生跌落及水躍特性，使得總糙度係數可達 0.1 以上；而流量較高時，水流型態為滑移流，水流淹沒階梯，其總糙度係數較舌流情況者為低。然而不論流況為舌流或滑移流，階梯渠道之總糙度係數均較模式所設定之渠道表面糙度為大。本研究於階梯河道檢定所得之階梯水流能量消散與總糙度係數之關係，可供後續於山區陡坡河道進行水利工程設計時，選用糙度係數之參考應用。

關鍵詞：階梯-深潭、溢濺阻力、三維流體動力數值模式、舌流、滑移流。

Flow Pattern Simulation and Resistance Analysis in Step Channels

Yi-Liang Chen Kwan Tun Lee*

ABSTRACT When water flows over step-pools, plunging from steps to pools, tumbling and hydraulic jumps will be produced. These three kinds of flows result in spill resistance, which generates significant energy dissipation. Since the geometry of mountain step-pools is complicated for flow structure analysis, a 3D fluid dynamic numerical model was used to analyze energy dissipation and flow resistance in regular step channels. Results show that in cases of low flow, the flow is in a nappe flow condition, and plunges from steps to pools and hydraulic jumps are produced. The total roughness coefficient of the nappe flow can reach 0.1. For cases of high flow, water submerges the steps, resulting in a skimming flow, and the total roughness coefficient is comparatively small. Whether the flow is in a nappe or a skimming flow condition, the total roughness coefficient is higher than the channel surface-roughness coefficient set in the numerical simulations. The relationship between the energy dissipation and the total roughness coefficient investigated in this study can be used as a reference for hydraulic design in steep mountain streams.

Key Words : Step-pool, spill resistance, 3D fluid dynamic numerical model, nappe flow, skimming flow.

一、前言

階梯-深潭 (step-pool) 係山區上游河川主要底床特徵樣貌，大約發生在坡度為 0.02~0.2。形成階梯-深

潭底床型態除了坡陡，流況需屬超臨界流、上游來砂量不足、泥砂級配不均勻、具有難以沖動的巨石、河床處於沖刷狀態及高強度且低頻率出現的流量等因素 (Montgomery and Buffington, 1997)。當水流流經階梯-

深潭河道，水流將產生跌落、翻滾與水躍特性，使得流況於超臨界流與亞臨界流間轉換，並在深潭區形成渦流特性，造成較大的能量消散，而因此提升水流阻力。一般而言，水利工程師在進行河道水流演算時，需視不同河道狀況選定適合的糙度係數值。目前最常被選用的依據為 Chow (1959) 所列舉的曼寧糙度係數 n 值對照表，然而該表中並未包含山區陡坡的階梯-深潭河川，因此具有階梯形狀之河床的阻力特性，值得進一步探討。

有鑑於山區陡坡階梯-深潭河川之幾何型態過於複雜，因此學者往往藉由規則階梯河道之試驗研究與數值模擬，以探究水流於起伏河床之流動特性。前人研究依據流量大小與水力特性，將階梯河道流況分為舌流與滑移流 (Sorensen, 1985; Chamani and Rajaratnam, 1994)。舌流 (nappe flow) 是指流量較低時，水流未淹沒階梯，水流由階梯自由落下並產生水躍，能量消散的主因為水躍的產生。而滑移流 (skimming flow) 則是指流量較高時，水流淹沒階梯，水流直接滑移過階梯表面，能量消散的主因為渦流及上部水流與渦流間產生的剪應力。過去研究顯示，探討此兩種水流型態造成的消散量，係以相對能量消散 (relative energy dissipation) 表示。其相對能量消散與階梯數目及流量大小有關，當流量越大則相對能量消散越小，流量越小則相對能量消散越大，且階梯數目越多相對能量消散亦越大 (Peyras et al., 1990; Christodoulou, 1993; Chinnarasri and Wongwises, 2006)。而水流流經有階梯與無階梯渠道時，階梯渠道之相對能量消散明顯大於無階梯渠道之能量消散 (Rice and Kadavy, 1996)。

為瞭解階梯-深潭之水流阻力，過去研究利用水力參數、底床粒徑分佈特性及階梯長 L 及高 H ，分別以達西-威斯巴哈、蔡斯及曼寧糙度係數表示。Maxwell and Papanicolaou (2001) 以試驗迴歸資料，考慮階梯高 H 、階梯長 L 、底床粒徑分佈特性、及平均水深與達西阻力之關係，可表示為：

$$\frac{8}{f} = -3.73 \log\left(\frac{HD_{84}}{Ly}\right) - 0.8 \quad (1)$$

式中 f 為達西阻力； D_{84} 為粒徑分佈曲線中 84% 之粒徑大小[L]； y 為平均水深[L]； L 為階梯長[L]； H 為階梯高[L]。Canovaro and Solari (2007) 認為階梯-深潭底床型態的存在，階梯長 H 與高 L 為影響水流阻力重要因子，並以試驗資料迴歸階梯幾何因子與蔡斯係數之變異，表示為：

$$C = 0.01 \left(\frac{H}{L}\right)^{3.1} \quad (2)$$

式中 C 為蔡斯係數。由 (2) 式可發現，階梯高 H 與蔡斯係數 C 成正比，而階梯長 L 與蔡斯係數 C 成反比；意指階梯高 H 越大且階梯長 L 越小，即階梯坡度 (H/L) 為陡坡情況下，具有較大水流阻力。如圖 1 所示，Wang et al. (2009) 分析河道底床的階梯高 H 與階梯長 L 之發育，並以底床發育係數 S_p 因子表示與曼寧糙度係數 n 之關係；其底床發育係數 S_p 因子可表示如下：

$$S_p = \frac{AB + BC + CD + DE + EF + FG}{AG} - 1 \quad (3)$$

當發育係數 S_p 等於 0.0，此時並無階梯-深潭底床型態，係為平坦河道；而發育係數 S_p 等於 0.1 或比 0.1 更大，此時為階梯-深潭底床型態，且此底床型態具有較大之曼寧糙度 n 值。由此關係可得知，階梯-深潭底床型態存在較大的水流阻力。早期對於河道之水流阻力推估，僅考慮底床泥砂粒徑分佈特性與河道底床坡度等，已不適用於推估具有階梯-深潭河道之水流阻力。Canovaro et al. (2007) 說明傳統水流阻力推估僅適用於緩坡河道，而不能用於推求具有大尺度糙度 (如：階梯-深潭) 之水流阻力。因此水利工程師常用之曼寧糙度係數 n 值，不僅應包含顆粒阻力係數 n_{grain} (grain resistance coefficient) 與形狀阻力係數 n_{form} (form resistance coefficient)，如應用於具有階梯-深潭底床型態之河道，應再包含溢濺阻力係數 n_{spill} (spill resistance coefficient)，故其總水流阻力係數 n_{total} 可表示為：

$$n_{total} = n_{grain} + n_{form} + n_{spill} \quad (4)$$

本研究由階梯河道之水流特性分析著手，藉由三維計算流體動力數值模式進行水流模擬。研究中透過模式計算，模擬不同流量情況下，階梯河道之水流型態，藉以瞭解階梯河道之能量消散與水流阻力，以提供水利工程師於山區陡坡河道進行水理演算時，選用糙度係數之參考。

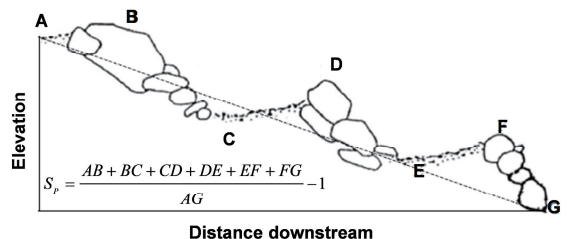


圖 1 階梯-深潭底床係數 S_p (from Wang et al., 2009)
Fig.1 Development degree S_p of step-pool channel

二、不同水流型態之能量消散推估

由於階梯-深潭為山區陡坡河道之複雜地形，造成水流分析的困難，因此本研究藉由相對能量消散理論分析規則階梯渠道 (regular step channel) 之能量消散特性，以瞭解階梯對水流造成的消散量。階梯水流依據流量大小區分為舌流與滑移流，因兩種水流型態之水力特性並不相同，使得能量消散計算方式亦不同。以下分別針對 Peyras et al. (1990) 推估舌流之相對能量消與 Rice and Kadavy (1996) 推估滑移流之相對能量消散做詳細說明。

1. 舌流之相對能量消散

如圖 2 所示，Peyras et al. (1990) 以上下游能量水頭差，推估舌流型態之相對能量消散。流量較小時，水流於階梯邊緣呈自由射流，於階梯表面產生水躍，也因水躍的產生而造成能量消散。階梯上游能量水頭可表示為：

$$E_{0_n} = (N \cdot H) + \frac{3}{2} y_c \quad (5)$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (6)$$

式中 E_{0_n} 為舌流型態之上游能量水頭[L]； N 為階梯個數； H 為階梯高度[L]； y_c 為臨界水深[L]； q 為單位寬度流量[L²/T]； g 為重力加速度[L/T²]。而舌流型態之階梯下游能量水頭可表示為：

$$E_{1_n} = y_{1_n} + \frac{q^2}{2g \cdot y_{1_n}^2} \quad (7)$$

式中 E_{1_n} 為舌流型態之下游能量水頭[L]； y_{1_n} 為產生水躍處的水深[L]。因此舌流型態之相對能量消散 (relative energy dissipation, RE)，可表示為：

$$RE = \frac{\Delta E}{E_{0_n}} = \frac{E_{0_n} - E_{1_n}}{E_{0_n}} \quad (8)$$

式中 RE 為相對能量消散。因此可利用 (6) 式推求臨界水深 y_c ，而後應用 (5) 式推求上游能量水頭，並透過三維流體動力數值模式計算得知 y_{1_n} 後，再以 (7) 式推求下游能量水頭，最後由 (8) 式推求舌流之相對能量消散 RE。

2. 滑移流之相對能量消散

如圖 3 所示，當流量較大時水流淹沒階梯且直接滑移過階梯表面，能量消散是由渦流或上部主流與渦流間產生的剪切力 τ 造成，此剪切力 τ 平面可視為假想底床 (pseudo bottom)，而當發展至均勻段時，底床坡度 S_c 、水面坡度 S_w 及能量坡度 S_f 均相等 ($S_c = S_w = S_f$)。Rice and Kadavy (1996) 利用上游能量水頭及發展至均勻流況之能量水頭差值，計算滑移流之能量損失。滑移流之上游能量水頭可以正常水深表示為：

$$E_{0_s} = (N \cdot H) + y_0 + \frac{V_0^2}{2g} \quad (9)$$

式中 E_{0_s} 為滑移流型態之上游能量水頭； N 為階梯個數； H 為階梯高度； y_0 為水體流入階梯渠道前之穩定正常水深； V_0 為水體流入階梯渠道前之穩定平均流速。當水流由急變段發展至均勻段時，流況已趨近穩定狀態，其均勻段之能量水頭可表示為：

$$E_{1_s} = y_{1_s} \cos \theta + \left(\frac{V_{1_s}^2}{2g} \right) \quad (10)$$

式中 E_{1_s} 為滑移流型態均勻段之能量水頭； y_{1_s} 為均勻段之正常水深； V_{1_s} 為均勻段之平均流速。滑移流型態之相對能量消散 RE 可表示為：

$$RE = \frac{\Delta E}{E_{0_s}} = \frac{E_{0_s} - E_{1_s}}{E_{0_s}} \quad (11)$$

式中 RE 為相對能量消散。本研究藉由三維流體動力數值模式推求水流未進入階梯渠道前之 y_0 與 V_0 ，以及發展至均勻段之 y_{1_s} 與 V_{1_s} 後，再由 (9) 式與 (10) 式推算上游及發展至均勻段之能量水頭，最後以 (11) 式推算滑移流型態之相對能量消散 RE。

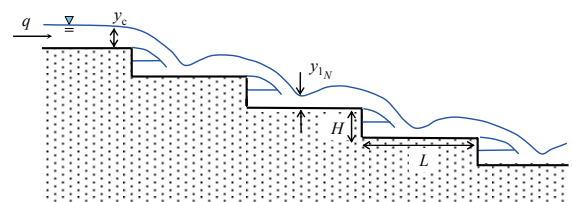


圖 2 舌流型態示意圖

Fig.2 Schematic diagram for nappe flow

三、三維流體動力數值模式與 試驗資料驗證

階梯河道之流況多屬於紊流，水流流經階梯河道之跌落、翻滾及水躍特性均對水流造成能量消散，且水流於深潭區連續翻滾而形成之渦流，大多是以三維方式運動，故無法以一維或二維之流體力學理論進行模擬分析。由於三維流體運動並無解析解，因此需藉由計算流體動力數值模式以進行模擬。目前常用的三維計算流體動力數值模式軟體如 ANSYS CFX (ANSYS Inc., 2010)、Fluent (ANSYS Fluent Inc., 2010)，以及 FLOW-3D (Flow Science Inc., 2010a)。因 FLOW-3D 模式的網格劃分與數值模型資料為互相獨立，使得網格建置快速且便利，所以本研究選用 FLOW-3D V9.4 進行研究模擬分析。茲將 FLOW-3D (Flow Science Inc., 2010b) 之控制方程式概略說明如下。

1. 控制方程式與條件設定

依據質量守恆定律系統輸入量等於輸出量，三維水流之連續方程式可表示為：

$$V_F = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = RDIF + RSOR \quad (12)$$

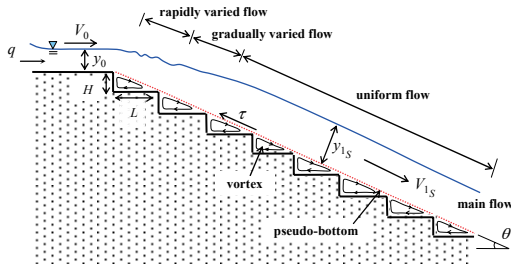


圖 3 滲移流型態示意圖

Fig.3 Schematic diagram for skimming flow

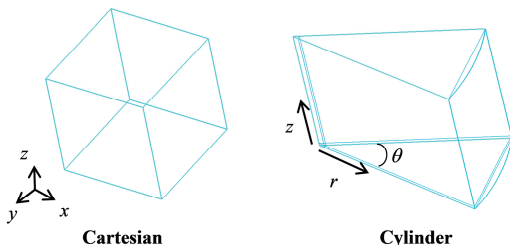


圖 4 卡氏與圓柱座標系統

Fig.4 Cartesian and cylinder coordinate systems

式中 V_F 為流體通過的體積分率 (fractional volume of fluid)； ρ 為流體密度； u 、 v 及 w 為 x 、 y 及 z 方向的流速分量； A_x 、 A_y 及 A_z 為 x 、 y 及 z 方向流體通過的面積分率； $RDIF$ (turbulent diffusion) 與 $RSOR$ (mass source) 分別為紊流擴散項及質量源項 (Sultanov et al., 2008)； R 及 ξ 為座標轉換係數。如圖 4 所示，卡氏座標系統之座標為 (x, y, z) ，且 $R=1$ 及 $\xi=0$ ；圓柱座標系統之座標為 (r, θ, z) ，其 r 為圓柱半徑， θ 為圓心角度， z 為圓柱高度，且 $R \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$ 及 $\xi=1$ 。若以卡氏座標系統表示不可壓縮流體 (incompressible fluids)，則 (12) 式可改寫為：

$$\frac{\partial}{\partial x}(u A_x) + \frac{\partial}{\partial y}(v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(w A_z) = \frac{RSOR}{\rho} \quad (13)$$

三維不可壓縮流體之 Navier-Stokes 動量方程式，以卡氏座標系統可分別表示為：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left\{ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + G_x - \frac{1}{\rho} \Delta \tau_x - ku - \frac{RSOR}{\rho} u - F_x \quad (14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \left\{ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + G_y - \frac{1}{\rho} \Delta \tau_y - kv - \frac{RSOR}{\rho} v - F_y \quad (15)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \left\{ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + G_z - \frac{1}{\rho} \Delta \tau_z - kw - \frac{RSOR}{\rho} w - F_z \quad (16)$$

式中 P 為壓力； G_x 、 G_y 及 G_z 為流體質點的重力加速度； τ_x 、 τ_y 及 τ_z 為黏滯應力； ku 、 kv 及 kw 為孔隙板或障礙物所造成之拖曳力； $RSOR/\rho$ 為某質點於速度等於零時，經由噴射 (injection) 而產生之加速度； F_x 、 F_y 及 F_z 為其他受力，如表面張力、電力或使用者自訂的力。

自然界中大部分流場均屬於紊流流況，其紊流流場擁有不同大小的渦流，也因渦流運動不具規則性，使得流場參數會呈現非週期性及隨機性變化，FLOW-3D 分析紊流流場時，提供之紊流模組包括：普朗特混合長度 (prandtl mixing length)、大渦流模擬 (large eddy simulation)、單一方程式 (one-equation) 及雙方程式 (two-equation)，需視模擬問題狀況選用較適

合之紊流模組。其中雙方程式提供 $k-\varepsilon$ 與 RNG $k-\varepsilon$ 兩種模組，而 RNG $k-\varepsilon$ 為 $k-\varepsilon$ 修正過後的模組，可有效提高邊壁效應的精度 (Souders and Hirt, 2002)，故本研究之模擬案例均採用 RNG $k-\varepsilon$ 紊流模組。

FLOW-3D 模式採用限差分法離散控制方程式，並以矩形網格進行空間與時間的流場計算。本研究進行模擬的案例均為具有自由液面之明渠水流，模式計算自由液面流動情況，係藉由體積分率法 (volume of fluid method, VOF) 予以描述流體在每一時間間距內於網格中的流體體積 (Hirt and Nichol, 1980)。如圖 5 所示，為氣、液共存的自由液面 (如：渠流)，當 $F=0$ 時，表示網格內的流體為氣體；當 $0 < F < 1$ 時，表示網格內為氣、液共存的自由液面；當 $F=1$ 時，表示網格內的流體為液體。FLOW-3D 提供簡單的模型建置功能，但對於複雜模型可使用 AutoCAD 建置或經由 x 、 y 及 z 座標點資料建置。模型建置後需設定模型表面糙度 (surface roughness)，該模式使用糙度高度 k_s (roughness height) 定義模型表面粗糙程度。有鑑於水利工程師普遍使用曼寧糙度 n 值定義不同河道狀況之水流阻力，因此研究中採用 Yen (1991) 之曼寧糙度係數 n 值與糙度高度 k_s 轉換公式，可表示為：

$$k_s = \left(\frac{n_{grain}}{0.0389} \right)^6 \quad (17)$$

而轉換後的糙度高度 k_s 即代表模型表面之顆粒阻力係數 n_{grain} 。

為了模擬符合真實情況的流體運動現象，必需選用適當的邊界條件進行模擬。本研究進行模擬之所有案例均為具有自由液面之明渠水流，其模擬案例之邊界條件設定均如圖 6 所示，入流邊界採用 Volume flow rate；出流邊界採用 Outflow；渠道兩岸及渠底之邊界採用 Wall；並於渠道的上邊界採用 symmetry。其中 Volume flow rate 邊界條件可於上游給予流量歷線；symmetry 則意指沒有任何流體特性通過此邊界；Outflow 邊界條件又稱為輻射 (radiation) 邊界條件，為 Orlandi (1976) 所提出處理下游邊界之方法，其物理意義為水波只向邊界外傳播，使邊界上的反射波不再反射回計算域，可表示為：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + C_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

式中 Φ 為任意變數 (例如流量)， C_Φ 為波傳速度 [L/T]， t 為時間 [T]， x 為流體流出邊界之方向 [L]；Wall

邊界條件為不可滑移條件 (no-slip condition)，即表示渠道模型邊壁上之流速為 0.0 [L/T]。

2. 數值模式驗證

本研究為確認 FLOW-3D 模式可應用於模擬階梯水流狀況，乃採用前人的單階自由跌水試驗資料進行驗證。研究中建構之數值模式模型尺寸是以 Chamani et al. (2008) 的單階自由跌水試驗為基準，該模型之階梯高度 H 為 0.2 m，渠道寬 B 為 0.405 m，模型材質為表面光滑之鋼材，所以設定渠道顆粒阻力係數 n_{grain} 為 0.01 ，以做為數值模型之表面糙度。而數值模式之計算網格尺寸採用 $d_x=0.015$ m (streamwise)， $d_y=0.01$ m (spanwise)，以及 $d_z=0.01$ m (vertical)。

Chamani et al. (2008) 的單階自由跌水試驗之水流型態均為舌流，流量介於 $0.0210 \sim 0.0741$ m³/s，上游入流臨界水深介於 $0.065 \sim 0.1506$ m，所以本研究利用 Peyras et al. (1990) 之理論進行相對能量消散 RE 計算 (第 5 式、7 式以及 8 式)。表 1 為試驗資料與 FLOW-3D 模擬結果數據。由該表可知，FLOW-3D 模式模擬舌流情況下，階梯河道自由跌水所產生水躍處之水深 y_{1v} 與試驗量測值甚為接近，其最大相對誤差為 4.0% ，平均相對誤差為 2.5% ；因此 FLOW-3D 模式於階梯河道之水流模擬，應足以採信。

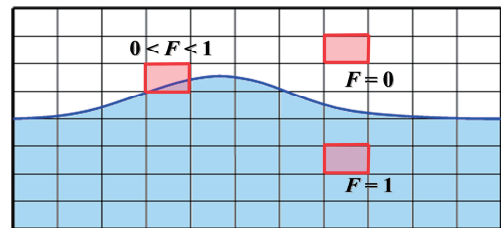


圖 5 體積分率法示意圖

Fig.5 Schematic diagram for volume of fluid method

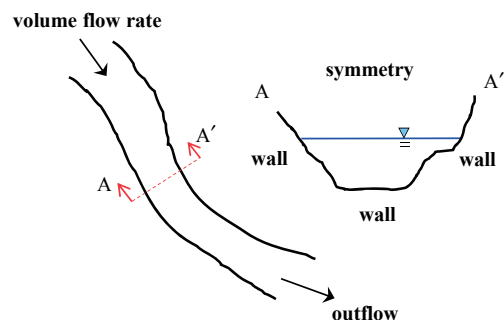


圖 6 FLOW-3D 邊界條件設定示意圖

Fig.6 Boundary condition of FLOW-3D simulations

Rajaratnam and Chamani (1995) 曾進行單階自由跌水試驗，並加入 Moore (1943) 與 Rand (1955) 之試驗資料，而後進行 y_c/H 與 RE 分析，其指數迴歸關係如下：

$$RE = 0.0896 \left(\frac{y_c}{H} \right)^{-0.766} \quad (19)$$

圖 7 顯示 FLOW-3D 模式計算之 y_c/H 與 RE 關係與 Rajaratnam and Chamani (1995) 之迴歸式有相同趨勢，可知利用 FLOW-3D 數值模式計算階梯水流之正確性，因此應可採用 FLOW-3D 進行後續研究分析。

四、多階梯水流相對能量消散與阻力分析

階梯水流型態中以舌流之跌落、翻滾及水躍等水力現象最為複雜，前述應用 Chamani et al. (2008) 單階舌流跌水試驗資料，進行 FLOW-3D 數值模式驗證，顯現該模式對於階梯水流之模擬誤差甚小，故應可採用 FLOW-3D 進行後續階梯水流之分析。研究中首先建立多階梯數值模型，而後進行系列數值試驗，分析不同水流型態之相對能量消散與阻力係數估計。

1. 不同水流型態之相對能量消散分析

水流流經階梯渠道時，相較於無階梯渠道多了跌落、翻滾及水躍等水力特性。為瞭解階梯渠道與無階

梯渠道對消耗水流能量之差異，研究中設計「矩形階梯渠道」與「矩形無階梯渠道」兩種數值渠道模型，並以相對能量消散分析兩種渠道之能量消散量。階梯渠道與無階梯渠道之渠道寬 B 為 0.6m、底床坡度 Sc 為 0.15 及渠道總長為 50.0m，其中階梯渠道之階梯高 H 為 0.3m，而階梯長 L 為 2.0m，共計有 19 個階梯；並設定渠道顆粒阻力係數 n_{grain} 為 0.016 作為數值模型之表面糙度，而數值模式計算網格選用 $dx=0.06m$ ， $dy=0.06m$ 以及 $dz=0.05m$ 。

圖 8 (a) 為 $y_c/H=0.73$ 之階梯渠道水面線模擬結果，該流況為舌流型態。研究中選取渠道中央位置以分析舌流之水力特性，表 2 為斷面 25.02m 至 29.40m 之水力分析結果，其水深與福祿數 ($Fr=V/\sqrt{gy}$) 為 FLOW-3D 計算結果，而流速為斷面平均流速 ($=Q/A$)，並繪製斷面 25.02m 至 28.44m 的水面線與福祿數變化情形 (如圖 8 (b) 所示)。由圖 8 (b) 可以得知，斷面 26.10m 為正常紊流之流速分布形式。自斷面 26.58m 至 27.30m 因水流受到下游垂直壁面及底部渦流作用之影響，使得流速分布沿程不斷變化。斷面 26.82m 至 27.24m 為受底部渦流影響之區域並為亞臨界流況，但越往下游之斷面受渦流影響漸減，其水深減小而福祿數增大。配合表 2 可以得知斷面 27.60m 至 27.66m 為超臨界流轉變為亞臨界流況並產生水躍，其水深自斷面 27.60m 往下游增加至斷面 28.08m。斷面 27.72m 則恢復為正常之紊流流速分布。而斷面 28.20m 之後，則為另一個階梯水流間變化。

表 1 試驗資料與 FLOW-3D 模式模擬結果比較

Table 1 Comparison of experimental data and FLOW-3D simulation

Chamani et al. (2008) experiment conditions		Chamani et al. (2008)		FLOW-3D		Comparison	
Q (m ³ /s)	y_c/H	y_{1N} (m)	RE	y_{1N} (m)	RE	Δy_{1N}	ΔRE
0.0210	0.32500	0.0250	0.18	0.026	0.231	4.0	0.051
0.0311	0.42200	0.0352	0.14	0.036	0.180	2.3	0.040
0.0417	0.51300	0.0452	0.15	0.046	0.149	4.0	0.001
0.0518	0.59300	0.0551	0.12	0.056	0.148	1.6	0.028
0.0568	0.63000	0.0625	0.15	0.061	0.151	2.0	0.001
0.0699	0.72400	0.0705	0.08	0.072	0.125	2.1	0.045
0.0741	0.75300	0.0748	0.11	0.076	0.128	1.6	0.018

$$\text{Note: } \Delta y_{1N} (\%) = \frac{|(y_{1N})_{\text{FLOW-3D}} - (y_{1N})_{\text{Chamani et al.}}|}{(y_{1N})_{\text{Chamani et al.}}} \times 100$$

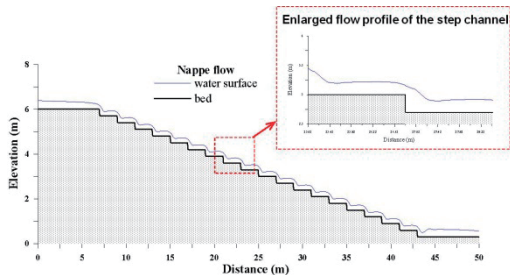
$$\Delta RE = |(RE)_{\text{FLOW-3D}} - (RE)_{\text{Chamani et al.}}|$$

$$H = 0.2\text{m}$$

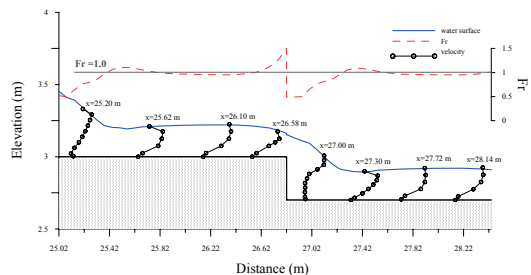
圖 9 (a) 為 $y_c/H=2.53$ 之階梯渠道水面線模擬結果, 該流況為滑移流型態, 水面線相對地起伏較小。研究中選取渠道中央位置以分析滑移流之水力特性, 而表 3 為斷面 25.02m 至 29.40m 之水力分析結果, 並繪製斷面 25.02m 至 28.44m 的水面線與福祿數變化情形 (如圖 9 (b) 所示)。由圖 9 (b) 可以得知, 由於上部主流受到渦流的支撐作用, 使得上部主流於假想底床上流動, 並以約 4.0m/s 的平均流速快速滑移過階梯表面; 此時渠道之水面坡度 S_w 平均為 0.15, 其與底床坡度相等, 且水流流況均為超臨界流。

表 4 為數值模式給定 9 種不同流量做為上游入流邊界條件, 計算有階梯渠道 (階梯高度 $H=0.3m$) 與無階梯渠道之相對能量消散分析結果。因不同水流型態具有不同消散水流能量方式, 所以當水流型態為舌流時, 乃利用 Peyras et al. (1990) 之理論進行相對能量消散 RE 計算 (第 5 式、第 7 式以及第 8 式)。若水流型態為滑移流時, 則採用 Rice and Kadavy (1996) 之理論計算相對能量消散 RE (第 9 式、第 10 式及第 11 式)。模擬結果顯示, 當 y_c/H 為 0.37、0.73 及 1.3 之情況下, 階梯渠道之水流型態均為舌流; 而當 y_c/H 為 1.63、

2.13、2.53、3.00、3.47 以及 3.80 時, 水流型態為滑移流。表 4 顯示無論水流型態為舌流或是滑移流型態, 階梯渠道所造成的相對能量消散 (RE), 均較無階梯渠道之相對能量消散為大。而且相對之下, 當 y_c/H 愈小, 水流越過階梯所產生的水面激盪更為明顯, 水流受階梯垂直壁面及渦流作用之影響, 相對能量消散愈大。



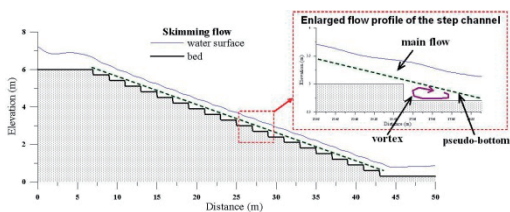
(a) 長度為50m的階梯渠道水流情況
(a) Water surface profile for a 50m step channel



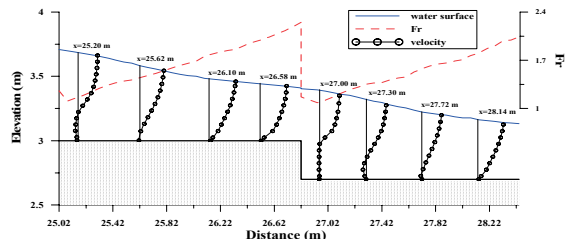
(b) 斷面25.02m至28.44m的水面線與福祿數變化情形
(b) Variation of water surface profile and Froude number from 25.02m to 28.44m

圖 8 模式模擬舌流型態之水面線 (以 $y_c/H=0.73$ 為例)

Fig.8 Simulated water surface profile for nappe flow ($y_c/H=0.73$)



(a) 長度為50m的階梯渠道水流情況
(a) Water surface profile for a 50m step channel



(b) 斷面25.02m至28.44m的水面線與福祿數變化情形
(b) Variation of water surface profile and Froude number from 25.02m to 28.44m

圖 9 模式模擬滑移流型態之水面線 (以 $y_c/H=2.53$ 為例)

Fig.9 Simulated water surface profile for skimming flow ($y_c/H=2.53$)

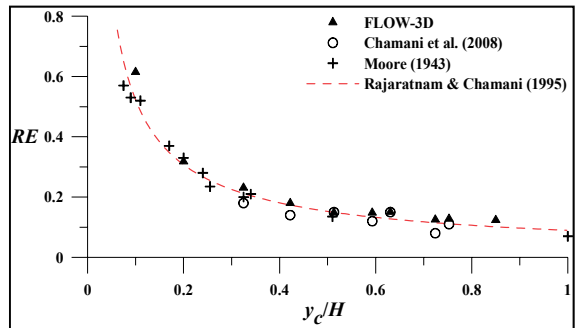


圖 7 FLOW-3D 模式驗證單階自由跌水之 y_c/H 與 RE 關係

Fig.7 Verification of y_c/H vs. RE for free overfall in a single-step experiment using FLOW-3D model

表 2 舌流型態之數值分析結果 (以 $y_c/H=0.73$ 為例)**Table 2 Numerical analysis for nappe flow ($y_c/H=0.73$)**

Distance from up-stream (m)	Bed Elevation (m)	Stage (m)	Water depth (m)	Average velocity (m/s)	Fr	Distance from up-stream (m)	Bed elevation (m)	Stage (m)	Water depth (m)	Average velocity (m/s)	Fr
25.02	3.000	3.453	0.434	0.768	0.519	27.24	2.700	2.915	0.215	1.550	0.958
25.08	3.000	3.411	0.411	0.811	0.495	27.30	2.700	2.904	0.204	1.634	1.053
25.14	3.000	3.394	0.394	0.846	0.637	27.36	2.700	2.897	0.197	1.692	1.092
25.20	3.000	3.348	0.348	0.958	0.757	27.42	2.700	2.894	0.194	1.718	1.084
25.26	3.000	3.299	0.299	1.115	0.798	27.48	2.700	2.898	0.198	1.684	1.057
25.32	3.000	3.255	0.255	1.307	0.857	27.54	2.700	2.907	0.207	1.610	1.027
25.38	3.000	3.215	0.215	1.550	0.966	27.60	2.700	2.909	0.209	1.595	1.001
25.44	3.000	3.204	0.204	1.634	1.060	27.66	2.700	2.912	0.212	1.572	0.981
25.50	3.000	3.200	0.200	1.667	1.106	27.72	2.700	2.914	0.214	1.558	0.967
25.56	3.000	3.193	0.193	1.727	1.107	27.78	2.700	2.916	0.216	1.543	0.961
25.62	3.000	3.199	0.199	1.675	1.086	27.84	2.700	2.917	0.217	1.536	0.959
25.68	3.000	3.207	0.207	1.610	1.055	27.90	2.700	2.918	0.218	1.529	0.958
25.74	3.000	3.209	0.209	1.595	1.025	27.96	2.700	2.919	0.219	1.522	0.956
25.80	3.000	3.212	0.212	1.572	1.001	28.02	2.700	2.920	0.220	1.515	0.954
25.86	3.000	3.214	0.214	1.558	0.985	28.08	2.700	2.921	0.221	1.508	0.952
25.92	3.000	3.216	0.216	1.543	0.976	28.14	2.700	2.921	0.221	1.508	0.951
25.98	3.000	3.217	0.217	1.536	0.970	28.20	2.700	2.921	0.221	1.508	0.952
26.04	3.000	3.218	0.218	1.529	0.967	28.26	2.700	2.919	0.219	1.522	0.957
26.10	3.000	3.219	0.219	1.522	0.963	28.32	2.700	2.917	0.217	1.536	0.967
26.16	3.000	3.220	0.220	1.515	0.958	28.38	2.700	2.914	0.214	1.558	0.983
26.22	3.000	3.221	0.221	1.508	0.955	28.44	2.700	2.910	0.210	1.587	1.013
26.28	3.000	3.221	0.221	1.508	0.952	28.50	2.700	2.904	0.204	1.634	1.055
26.34	3.000	3.221	0.221	1.508	0.952	28.56	2.700	2.897	0.197	1.692	1.146
26.40	3.000	3.220	0.220	1.515	0.956	28.62	2.700	2.880	0.180	1.852	1.280
26.46	3.000	3.218	0.218	1.529	0.965	28.68	2.434	2.861	0.427	0.781	0.574
26.52	3.000	3.215	0.215	1.550	0.982	28.74	2.400	2.853	0.453	0.736	0.435
26.58	3.000	3.211	0.211	1.580	1.007	28.80	2.400	2.811	0.411	0.811	0.516
26.64	3.000	3.205	0.205	1.626	1.060	28.86	2.400	2.786	0.386	0.864	0.653
26.70	3.000	3.197	0.197	1.692	1.146	28.92	2.400	2.747	0.347	0.961	0.741
26.76	3.000	3.181	0.181	1.842	1.278	28.98	2.400	2.703	0.303	1.100	0.785
26.82	3.000	3.432	0.432	0.772	0.492	29.04	2.400	2.654	0.254	1.312	0.834
26.88	2.700	3.153	0.424	0.786	0.491	29.10	2.400	2.613	0.213	1.565	0.948
26.94	2.700	3.111	0.411	0.811	0.497	29.16	2.400	2.603	0.203	1.642	1.045
27.00	2.700	3.094	0.394	0.846	0.649	29.22	2.400	2.592	0.192	1.736	1.081
27.06	2.700	3.049	0.349	0.955	0.765	29.28	2.400	2.590	0.190	1.754	1.069
27.12	2.700	2.999	0.299	1.115	0.817	29.34	2.400	2.599	0.199	1.675	1.044
27.18	2.700	2.950	0.250	1.333	0.858	29.40	2.400	2.606	0.206	1.618	1.016

表 3 滯移流型態之數值分析結果 (以 $y_c/H=2.53$ 為例)Table 3 Numerical analysis for skimming flow ($y_c/H=2.53$)

Distance from upstream (m)	Bed elevation (m)	Stage (m)	Water depth (m)	Average velocity (m/s)	Fr	Distance from upstream (m)	Bed elevation (m)	Stage (m)	Water depth (m)	Average velocity (m/s)	Fr
25.02	3.000	3.708	0.689	3.024	1.258	27.24	2.700	3.338	0.638	3.265	1.308
25.08	3.000	3.700	0.700	2.976	1.108	27.30	2.700	3.322	0.622	3.349	1.351
25.14	3.000	3.689	0.689	3.024	1.150	27.36	2.700	3.307	0.607	3.432	1.371
25.20	3.000	3.678	0.678	3.073	1.190	27.42	2.700	3.300	0.600	3.472	1.375
25.26	3.000	3.666	0.666	3.128	1.243	27.48	2.700	3.278	0.578	3.604	1.417
25.32	3.000	3.656	0.656	3.176	1.293	27.54	2.700	3.264	0.564	3.694	1.442
25.38	3.000	3.643	0.643	3.240	1.336	27.60	2.700	3.254	0.554	3.761	1.460
25.44	3.000	3.627	0.627	3.323	1.373	27.66	2.700	3.238	0.538	3.872	1.531
25.50	3.000	3.611	0.611	3.410	1.398	27.72	2.700	3.223	0.523	3.983	1.579
25.56	3.000	3.603	0.603	3.455	1.415	27.78	2.700	3.214	0.514	4.053	1.618
25.62	3.000	3.583	0.583	3.573	1.447	27.84	2.700	3.205	0.505	4.125	1.645
25.68	3.000	3.569	0.569	3.661	1.478	27.90	2.700	3.199	0.499	4.175	1.662
25.74	3.000	3.556	0.556	3.747	1.509	27.96	2.700	3.186	0.486	4.287	1.687
25.80	3.000	3.543	0.543	3.837	1.548	28.02	2.700	3.178	0.478	4.358	1.708
25.86	3.000	3.528	0.528	3.946	1.588	28.08	2.700	3.178	0.478	4.358	1.768
25.92	3.000	3.516	0.516	4.037	1.626	28.14	2.700	3.163	0.463	4.500	1.803
25.98	3.000	3.506	0.506	4.117	1.656	28.20	2.700	3.156	0.456	4.569	1.868
26.04	3.000	3.500	0.500	4.167	1.686	28.26	2.700	3.150	0.450	4.630	1.908
26.10	3.000	3.485	0.485	4.296	1.756	28.32	2.700	3.160	0.460	4.529	1.665
26.16	3.000	3.478	0.478	4.358	1.792	28.38	2.700	3.138	0.438	4.756	1.994
26.22	3.000	3.472	0.472	4.414	1.821	28.44	2.700	3.132	0.432	4.823	2.040
26.28	3.000	3.466	0.466	4.471	1.845	28.50	2.700	3.126	0.426	4.890	2.090
26.34	3.000	3.460	0.460	4.529	1.862	28.56	2.700	3.119	0.419	4.972	2.142
26.40	3.000	3.453	0.453	4.599	1.917	28.62	2.700	3.112	0.412	5.057	2.200
26.46	3.000	3.448	0.448	4.650	1.961	28.68	2.434	3.105	0.671	3.105	1.438
26.52	3.000	3.441	0.441	4.724	1.996	28.74	2.400	3.102	0.702	2.968	1.069
26.58	3.000	3.436	0.436	4.778	2.036	28.80	2.400	3.089	0.689	3.024	1.108
26.64	3.000	3.430	0.430	4.845	2.080	28.86	2.400	3.077	0.677	3.077	1.156
26.70	3.000	3.424	0.424	4.914	2.130	28.92	2.400	3.065	0.665	3.133	1.205
26.76	3.000	3.418	0.418	4.984	2.186	28.98	2.400	3.055	0.655	3.181	1.253
26.82	3.000	3.410	0.410	5.081	2.250	29.04	2.400	3.051	0.651	3.200	1.300
26.88	2.729	3.404	0.675	3.086	1.168	29.10	2.400	3.028	0.628	3.317	1.346
26.94	2.700	3.395	0.695	2.998	1.084	29.16	2.400	3.013	0.613	3.399	1.380
27.00	2.700	3.385	0.685	3.041	1.121	29.22	2.400	3.003	0.603	3.455	1.404
27.06	2.700	3.372	0.672	3.100	1.170	29.28	2.400	2.999	0.599	3.478	1.435
27.12	2.700	3.360	0.660	3.157	1.225	29.34	2.400	2.971	0.571	3.649	1.470
27.18	2.700	3.353	0.653	3.190	1.273	29.40	2.400	2.957	0.557	3.740	1.506

而隨著 y_c/H 的加大，水流型態由舌流轉變為滑移流，其流況因假想底床 (pseudo bottom) 作用，而接近於無階梯渠道之流況，因此二者所造成的相對能量消散差異逐漸縮小 (如圖 10 所示)。然而階梯渠道之相對能量消散，相較於無階梯渠道之相對能量消散平均約增加 21.5%，此增加量即水面翻滾激盪所造成的能量消散。

2. 不同水流型態之阻力分析

如圖 8 (b) 所示之舌流型態階梯水流，水流在越過階梯之前因加速作用水深最小；越過階梯之後因在階梯底部產生迴流區，所以水深增加。此時雖然表面流速甚高，但是底部有迴流區，因此斷面平均流速甚低。然而受渦流影響之區域為亞臨界流況。並約在階梯中間段發生水躍。當水流繼續往前，則又受到下一個階梯之影響而加速，水深漸減而後跌落。圖 9 (b) 顯示滑移流型態之階梯水流，水面並無發生跌落與水躍現象，水流淹沒階梯且水面線變為平滑，並直接滑移過階梯表面，水面線平均坡度與底床平均坡度接近一致。斷面平均流速因受階梯底部迴流區影響，沿程雖有所變化，但是表面流速幾乎趨於定值。

有鑑於水利工程師一般進行渠道設計，乃採用曼寧係數估計渠道邊界對於水流所產生之阻力，因此研究中以數值模式計算出之水深與流速，配合曼寧公式以計算階梯渠道對水流所產生的總曼寧糙度阻力係數 $n_{total} (= R^{2/3} S^{1/2} / V)$ 。因考量階梯渠道水深與流速之沿程變化過大，難以客觀評估階梯渠道之總阻力係數，

表 4 階梯與無階梯渠道之 FLOW-3D 模式模擬結果
Table 4 FLOW-3D simulations for channel with and without step

inflow condition			channel with steps				channel without steps		
y_0 (m)	y_c/H	y_{1N} (m)	y_{1s} (m)	flow type	RE	y_{1s} (m)	flow type	RE	
0.10	0.37	0.18	--	N	0.967	0.02	S	0.716	
0.24	0.73	0.21	--	N	0.947	0.05	S	0.685	
0.39	1.30	0.30	--	N	0.906	0.12	S	0.679	
0.43	1.63	--	0.40	S	0.885	0.16	S	0.630	
0.58	2.13	--	0.45	S	0.843	0.23	S	0.613	
0.67	2.53	--	0.50	S	0.807	0.29	S	0.592	
0.78	3.00	--	0.54	S	0.758	0.35	S	0.551	
0.90	3.47	--	0.55	S	0.681	0.43	S	0.540	
1.00	3.80	--	0.62	S	0.669	0.48	S	0.519	

Note : N for nappe flow, S for skimming flow, $H = 0.3m$
所以研究中乃以階梯長 L 上之平均水深代入曼寧公式計算，以瞭解階梯渠道之相對能量消散 RE 與總曼寧糙度阻力係數 n_{total} 之關係。由表 4 的模擬結果列表得知，當 $y_c/H = 0.37、0.73$ 以及 1.3，其水流型態均為舌流；然而因 $y_c/H = 0.37$ 與 0.73 之水面跌落與水躍特性較為明顯，所以能量消散較大。而隨著 y_c/H 值減小，水面線漸趨穩定而平滑，相對能量消散逐漸減小。

圖 11 顯示藉由數值模式所得的水深與流速，配合曼寧公式計算階梯渠道總阻力 n_{total} 與相對能量消散 RE 之關係。該圖顯示 n_{total} 隨 RE 之增大而變大。當 y_c/H 為 0.37 與 0.73 時，因水面起伏較為明顯，所以 n_{total} 均可達 0.1 以上；然而因計算舌流之相對能量消散所採用的水躍水深 y_{1N} 變化不大，所以 y_c/H 為 0.37 與 0.73 之相對能量消散差異較小。而當 $y_c/H = 1.3$ ，其流況係處於舌流轉變為滑移流，此時水面已漸趨平穩，使得 n_{total} 已小於 0.1。當水流型態為滑移流時， n_{total} 則固定

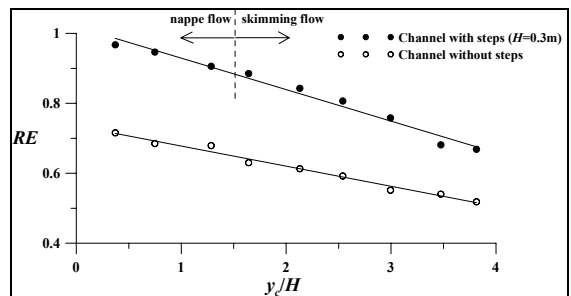


圖 10 階梯與無階梯渠道於不同 y_c/H 之相對能量消散 RE 變異

Fig.10 Variation of y_c/H and RE for channel with and without steps

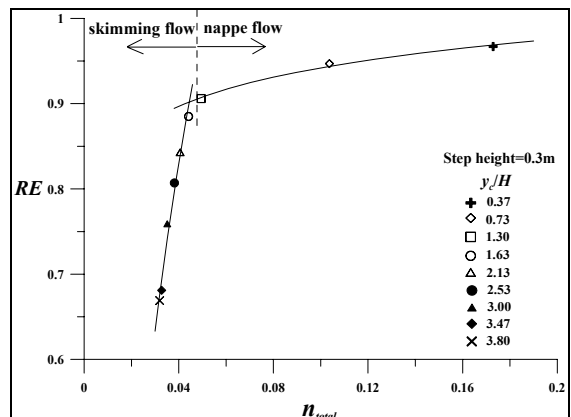


圖 11 階梯水流之相對能量消散 RE 與總曼寧糙度阻力係數 n_{total} 之關係

Fig.11 Relationship between RE and n_{total} for step

在 0.03 與 0.04 之間；然而不論低流量或高流量，階梯渠道之水流總曼寧糙度阻力係數 n_{total} 均比原設定渠道表面糙度之顆粒阻力係數 n_{grain} (=0.016) 為大，此表示階梯渠道所導致的能量損失，可造成更大的水流阻力。

五、結 論

本研究採用三維流體動力數值模式，進行規則階梯渠道水流模擬。經由相對能量消散分析結果顯示，階梯渠道不論在高流量或是低流量情況下，所形成的能量消散均較無階梯渠道者為大。而階梯渠道相較於無階梯渠道之相對能量消散平均約增加 21.5%，此增加量即水面翻滾激盪所造成。當水流型態為舌流情況，水面產生跌落、翻滾與水躍特性，進而使得沿程水深變異較大，而造成總曼寧糙度阻力係數 n_{total} 大幅增加，並可達 0.1 以上。隨著流量增大，因水流型態轉變為滑移流情況，即水流淹沒階梯並於假想底床上滑動，因而水深變異較小，使得總曼寧糙度阻力係數 n_{total} 大幅降低，但 n_{total} 固定在 0.03 與 0.04 之間。然而不論低流量或高流量，階梯渠道之 n_{total} 均比原設定渠道表面糙度之顆粒阻力係數 n_{grain} (=0.016) 為大。綜合上述，階梯渠道所導致的能量損失，可造成更大的水流阻力，因此水利工程師於山區陡坡河道進行水理演算時，選用糙度係數需考慮因階梯-深潭造成的能量消散與水流阻力特性。

參考文獻

1. ANSYS CFX Inc. (2010). <http://www.ansys.com/>.
2. ANSYS Fluent Inc. (2010). <http://www.fluent.com/>.
3. Canovaro, F., and Solari, L. (2007). "Dissipative analogies between a schematic marco-roughness arrangement and step-pool morphology." *Earth Surf. Process. Landform*, 32, 1628-1640.
4. Canovaro, F., Paris, E., and Solari, L. (2007). "Effects of marco-scale bed roughness geometry on flow resistance." *Water Resources Research*, 43(10), W10414.
5. Chamani, M.R., and Rajaratnam, N. (1994). "Jet flow on stepped spillways." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 120(2), 254-259.

channel

6. Chamani, M.R., Rajaratnam, N., and Beirami, M.K. (2008). "Turbulent jet energy dissipation at vertical drops." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 134(10), 1532-1535.
7. Chinnarasri, C., and Wongwises, S. (2006). "Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes." *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, 132(1), 70-76.
8. Chow, V.T. (1959). *Open channel hydraulics*, MacGRAW-HILL Book Co., New York.
9. Christodoulou, G.C. (1993). "Energy dissipation on stepped spillways." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 119(5), 644-650.
10. Flow Science Inc. (2010a). <http://www.flow3d.com/>.
11. Flow Science Inc. (2010b). *Flow-3D V9.4 user manual*.
12. Hirt, C.W., and Nichole, B.D. (1980). "Adding limited compressibility to incompressible hydrocodes." *Journal Comput. Phys.*, 34, 390-400.
13. Maxwell, A.R., and Papanicolaou, A.N. (2001). "Step-pool morphology in high-gradient streams." *International Journal of Sediment Research*, 16, 380-390.
14. Montgomery, D.R., and Buffington, J.M. (1997). "Channel-reach morphology in mountain drainage basins." *Geological Society of America Bulletin*, 109(5), 596-611.
15. Moore, W.L. (1943). "Energy loss at the base of free overfall." *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 108, 1343-1360.
16. Orlanski, I. (1976). "A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows." *Journal of Computational Physics*, 21, 251-269.
17. Peyras, L., Royet, P., and Degoutte, G. (1990). "Flow and energy dissipation over stepped gabion weirs." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 118(5), 707-717.
18. Rajaratnam, N., and Chamani, M.R. (1995). "Energy loss at drops." *Journal of Hydraulic Research*, 33(3), 373-384.
19. Rand, W. (1995). "Flow geometry at straight drop spillways." *Proc.*, ASCE, 81, 1-13.
20. Rice, C.E., and Kadavy, K.C. (1996). "Model study of a roller compacted concrete stepped spillway." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 122(6), 292-297.

21. Sorensen, R.M. (1985). "Stepped spillway hydraulic model investigation." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 111(12), 1461-1472.
 22. Souders, D.T., and Hirt, C.W. (2002). "Modeling roughness effects in open channel flows." *Flow Science Technical Note*, FSI-02-TN60.
 23. Sultanov, R.A., and Guster, D., Engelbrekt, B., and Blankenbecler, R. (2008). "3D computer simulation of pulsatile human blood flows in vessels and in aortic arch: investigation of non-newtonian characteristics of human blood." *Physics.com-ph*, arXIV: 0802.2362v1.
 24. Wang, Z.Y., Melching, C.S., Duan, X.H., and Yu, G. A., (2009). "Ecological and hydraulic studies of step-pool systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 135(9), 705-717.
 25. Yen, B.C. (1991). *Channel flow resistance : centennial of Manning's formula*, Water Resources Publication.
-
- 2011年09月07日 收稿
2011年10月20日 修正
2011年11月21日 接受
- (本文開放討論至 2012年12月31日)