

## 植生地表上均勻降雨之水力分析

胡秀怡 謝平城\*

**摘要** 植生的存在不僅影響水流流況，還會增加水流之阻抗，爰此，為瞭解植生對於均勻降雨之地表水流流速和水深之影響，本文從水力學的觀點出發，將流場分成均質水層、水草混合層和無限厚透水土層（以下簡稱水層、草層、土層），以 Navier-Stokes 方程式來描述水層之流況，將草、土兩層中之流體視為孔隙介質流的運動，且引入宋 (1993) 所建立多孔介質層流模式加以描述之，最後搭配 Runge-Kutta 法而求得其半解析解。文中分成水深不及草高、水深漫過草高與混合型三部分討論，並與裸露地上均勻降雨之情況進行比較，結果顯示植生存在之地表，其水流流速明顯地下降。此外探討坡度、降雨強度和比滲透係數等因子對流況之影響，及在各種狀況下植生阻力之變化，以期研究成果在環境和生態工程之設計及地表水的管理上能有所助益。

**關鍵詞：**孔彈性介質理論、漫地流、均勻降雨、植生。

## Hydraulic Analysis of Water Flow Passing over Vegetated Areas under a Uniform Rainfall

Siou-Yi Hu Ping-Cheng Hsieh\*

**ABSTRACT** The existence of vegetation not only significantly affects flow, but also increases resistance to flow. To understand the effect of vegetation on flow velocity and water depth, a semi-analytical approach was proposed to study flow passing over vegetated areas under a uniform rainfall event. In this study, the flow region was divided into three layers-- homogenous water layer, water-plant mixing layer, and infinitely thick permeable soil layer (briefly denoted by water layer, vegetation layer, and soil layer). The flow of the water layer was governed by the Navier-Stokes equations. The vegetation and soil were both regarded as porous media and Song's (1993) laminar model modified from Biot's theory of poroelasticity was applied. The semi-closed solutions were then obtained via the Runge-Kutta method. Three cases--submerged vegetation, emergent vegetation and submerged-emergent vegetation were discussed. The results were compared with those of the unplanted ground case, showing the flow velocity obviously decreases with vegetation. Additionally, the effect of slope, rainfall intensity, and permeability on the flow and the resistance resulting from vegetation were also discussed. The results are believed to be helpful in environmental and ecological engineering design and surface water management.

**Key Words :** Poro-elasticity theory, overland flow, uniform rainfall, vegetation.

## 一、前言

台灣之山坡地由於大規模開發，造成地表破壞、土石鬆動，且在豪雨與颱風侵襲後大量之地表逕流易侵蝕地面造成山崩、地滑、土石流等土砂災害，為了保障國民之生命財產安全及生態之維護，山坡地之治理維護是當前不可忽視的課題，在兼顧安全性及生態保育之原則下，天然資材-植被之應用便愈趨廣泛。

在探討植生對於水流影響之研究上，過去已有許多學者深入探討研究，例如 Li et al. (1973) 以圓柱體模擬植物，研究單一圓柱於明渠流中流場及拖曳力，並以 Petryk's method 推算多個圓柱時之變化，分析不同圓柱排列方式對平均拖曳係數的影響，最後應用於植生渠道中不同排列方式下，沙粒的傳輸情形。Wu et al. (2006) 以拖曳力和抗彎剛度之概念探討浸沒及非浸沒情形下彈性植株（草本植物）與剛性植株（木本植物）之粗糙度、植株密度對渠道中水流之影響，而後提出一水力模式來估算植生渠道中之流量，並將其應用於植生渠道中沙粒之傳輸；Kubrak et al. (2008) 建構一維穩態模式去研究明渠流流過植株之縱向流速的垂直剖面變化且考慮渠道底部之粗糙度及植株本身對水流造成之阻力，並引入結構學—懸臂樑理論推算水流流過植株時，植株之受力變化，並以一相似之混合長度理論去計算渦流黏性 (eddy viscosity)，最後以實驗中獲得的數據對推算的速度剖面進行驗證。李育修 (2008) 以彈性塑膠纖維模擬植物，且將植株分為交錯、橫向及縱向三種排列形式來進行實驗，進而觀測水流、植物及泥砂沖淤的關係。

由上述可知過去學者大都著眼於探討水流流經植株時阻力的來源、影響程度與不同排列情形下流場的變化，但此類研究大都不考慮植株枝葉的影響，故許

(2003) 將草、土兩層中之流體視為孔隙介質流的運動，引入宋 (1993) 所建立多孔介質層流模式描述之，進而探討均勻流地表上有、無植生之流速變化。楊 (2010) 改良許 (2003) 之研究，探討均勻降雨時坡地上之水力變化，並以 4 階 Runge-Kutta 法求得其半解析解。

本文延續許 (2003) 之研究，增加降雨之影響，並考慮部分浸沒和部分非浸沒 (混合型) 之植生水流，以期更接近真實流況，討論在均勻降雨之植生坡面上水深及流速之情形，以及坡度、降雨強度和比滲透係數等因子對流況之影響。

## 二、理論解析

本研究探討一均勻降雨 (強度為  $i$ ) 下，地表水流流經坡度  $\theta$  之植生坡地，示意圖如圖 1。文中將流場分成均質水層、水草混合層和無限厚透水土層 (以下簡稱水層、草層、土層) 三區，為簡化計算，做以下幾點假設：(1) 流體具黏滯性和不可壓縮性 (2) 各區皆為層流 (3) 水流長度遠大於深度，故相對於垂直坡面方向 ( $y$ ) 之導數，平行坡面方向 ( $x$ ) 之導數可忽略 (4) 均勻降雨一段時間後，水深及流速不再受時間影響，亦即達到穩態 (5) 均質的草、土層不受水流之影響而位移變化 (6) 忽略固體和流體間的偶合效應 (7) 土層為飽和狀態，可忽略垂直坡面方向 ( $y$ ) 之流速 (8) 無風力和水波之作用 (9) 平行坡面方向之流速遠大於垂直坡面方向之流速，故忽略垂直坡面方向之流速。各區之控制方程式、邊界條件及求解步驟分述如下：

### 1. 控制方程式

#### (1) 水層：

引入 Navier-Stokes 方程式來描述水層之流況並藉由上述之假設得水層之運動方程式：

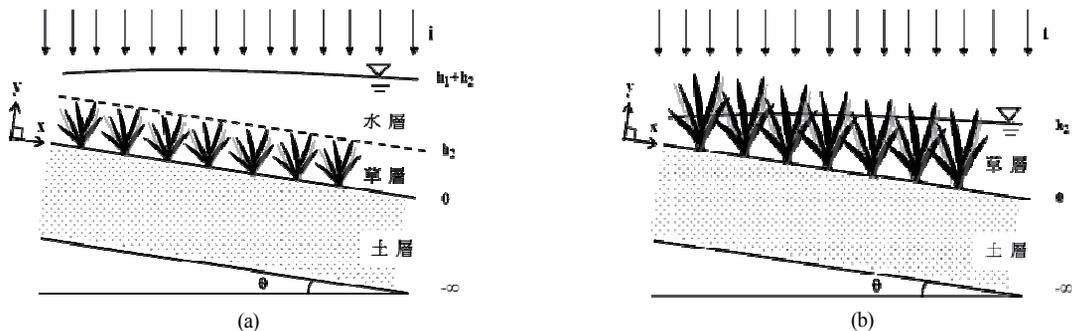


圖 1 研究區域示意圖 (a) 水深漫過草高 (b) 水深不及草高

Fig.1 Schematic diagram of the study (a) submerged vegetation (b) emergent vegetation

① x 方向：

$$\mu \frac{(\partial^2 u_1)}{\partial y^2} - \frac{(\partial P_1)}{\partial x} + \rho_w g \sin \theta = 0 \quad (1)$$

② y 方向  $P_1$ ：

$$-\frac{(\partial P_1)}{\partial y} - \rho_w g \cos \theta = 0 \quad (2)$$

其中,  $\mu$ ：流體之動力黏滯係數； $u_1$ ：水層中平行坡面方向 (x) 之流速； $P_1$ ：水層中流體之壓力； $\rho_w$ ：水體密度； $g$ ：重力加速度； $\theta$ ：坡度；下標 1：表水層, 2、3 表草層、土層。

(2) 草層：

將草層中流體之運動視為孔隙介質流運動, 以宋 (1993) 修改 Biot's (1956) 理論所建立之多孔介質層流模式 ((3) 式-(12) 式) 描述之, 並考慮重力的影響。將草層和土層中之多孔介質視為不可移動變形之剛體, 可忽略 (3) 式, 又因假設 (3)、(4)、(6) 和 (9) 得控制方程 (13) 式和 (14) 式。

$$\rho_{11} \frac{\partial^2 \underline{d}}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 \underline{D}}{\partial t^2} = \nabla \underline{\sigma}_s + b \left( \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} - \frac{\partial \underline{d}}{\partial t} \right) \quad (3)$$

$$\rho_{12} \frac{\partial^2 \underline{d}}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 \underline{D}}{\partial t^2} = \nabla \underline{\sigma}_f - b \left( \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} - \frac{\partial \underline{d}}{\partial t} \right) \quad (4)$$

式中：

$$\rho_{11} = (1-n)\rho_s + \rho_a \quad (5)$$

$$\rho_{12} = -\rho_a \quad (6)$$

$$\rho_{22} = n\rho_w + \rho_a \quad (7)$$

$$\underline{\sigma}_s = \underline{\tau}_s - (1-n)\underline{P}\underline{I} \quad (8)$$

$$\underline{\tau}_s = 2G\underline{e} + \lambda \nabla \cdot \underline{d}\underline{I} \quad (9)$$

$$\underline{e} = \frac{1}{2} [\nabla \underline{u} + (\nabla \underline{u})^T] \quad (10)$$

$$b = \mu n^2 / k_p \quad (11)$$

$$\underline{\sigma}_f = n\underline{P}\underline{I} + n\mu [\nabla \underline{u} + (\nabla \underline{u})^T] \quad (12)$$

其中,  $\underline{\sigma}_s$ ：固體之應力張量； $\underline{\sigma}_f$ ：流體之應力張量； $\underline{\tau}_s$ ：有效應力張量； $\underline{I}$ ：單位矩陣； $\underline{d}$ 、 $\underline{D}$ ：固體和流體之位移向量； $\underline{u}$ ：孔隙間流

體之速度； $P$ ：孔隙間流體之壓力； $n$ ：孔隙率； $k_p$ ：比滲透係數, [ $L^2$ ]； $\rho_s$ ：固體密度； $\rho_w$ ：水體密度； $\rho_a$ ：耦合質量參數； $\mu$ ：流體之動力黏滯係數； $G$ 、 $\lambda$ ：Lame 彈性係數； $T$ ：矩陣之轉置。

① x 方向：

$$n_2 \mu \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} - \frac{\mu n_2^2}{k_{p_2}} u_2 - n_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} + n_2 \rho_w g \sin \theta = 0 \quad (13)$$

② y 方向：

$$-n_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} - n_2 \rho_w g \cos \theta = 0 \quad (14)$$

(3) 土層：

① x 方向：

$$n_3 \mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} - \frac{\mu n_3^2}{k_{p_3}} u_3 - n_3 \frac{\partial P_3}{\partial x} + n_3 \rho_w g \sin \theta = 0 \quad (15)$$

② y 方向：

$$-n_3 \frac{\partial P_3}{\partial y} - n_3 \rho_w g \cos \theta = 0 \quad (16)$$

其中,  $u_2$ 、 $u_3$ ：草層和土層中平行坡面方向 (x) 之流體速度； $P_2$ 、 $P_3$ ：草層和土層中孔隙間流體之壓力； $n_2$ 、 $n_3$ ：草層和土層之孔隙率； $g$ ：重力加速度； $\theta$ ：坡度。

## 2. 邊界條件

邊界位於下列 6 處, 分別為自由水面處 ( $y = h_1 + h_2$ )、水層和草層交接面 ( $y = h_2$ )、草層和土層交接面 ( $y = 0$ )、土層之不透水底部 ( $y \rightarrow \infty$ )、初始位置 ( $x = 0$ ) 及距初始位置  $L$  處 ( $x = L$ )。以下分述不同位置之邊界條件：

(1) 自由水面處 ( $y = h_1 + h_2$ )

① 法線 (y) 方向流體應力連續

$$P_1 = 0 \quad (17)$$

② 切線 (x) 方向流體應力連續

$$\mu \frac{\partial u_1}{\partial y} = 0 \quad (\text{自由水面處剪應力為 } 0) \quad (18)$$

(2) 水、草層交接面 ( $y = h_2$ )

① 切線 (x) 方向流體速度連續

$$u_1 = n_2 u_2 \quad (19)$$

② 切線 (x) 方向流體應力連續

$$\mu \frac{\partial u_1}{\partial y} = \frac{\partial u_2}{\partial y} \quad (20)$$

③ 法線 (y) 方向流體應力連續

$$P_1 = P_2 \quad (21)$$

(3) 草、土層交接面 (y=0)

① 切線 (x) 方向流體速度連續

$$n_2 u_2 = n_3 u_3 \quad (22)$$

② 切線 (x) 方向流體應力連續

$$\mu \frac{\partial u_2}{\partial y} = \frac{\partial u_3}{\partial y} \quad (23)$$

③ 法線 (y) 方向流體應力連續

$$P_2 = P_3 \quad (24)$$

(4) 土層之無限深處 (y→∞)

$$u_3 = 0 \quad (25)$$

(5) 初始位置 (x=0)

水、草、土三層之流速為 0

$$u_1 = 0; u_2 = 0; u_3 = 0 \quad (26)$$

(6) x=L

$$\frac{dh}{dx} = 0 \quad (27)$$

### 3. 解析解

首先對 (2) 式作 y 的一次積分，再代入 (17) 式，可解得水層壓力分佈式如下：

$$P_1 = \rho_w g \cos \theta (h_1 + h_2 - y), \quad h_2 \leq y \leq h_1 + h_2 \quad (28)$$

同理，對 (14) 式和 (16) 式作 y 的一次積分，得 P<sub>2</sub> 和 P<sub>3</sub> 之通解，再配合相符之邊界條件 (21) 式和 (24) 式，解出草、土層壓力分佈：

$$P_2 = \rho_w g \cos \theta (h_1 + h_2 - y), \quad 0 \leq y \leq h_2 \quad (29)$$

$$P_3 = \rho_w g \cos \theta (h_1 + h_2 - y), \quad -\infty \leq y \leq 0 \quad (30)$$

水、草和土層平行坡面方向 (x) 之控制方程 (1) 式、(13) 式及 (15) 式，如下：

$$\mu \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \frac{\partial P_1}{\partial x} \right) + \rho_w g \sin \theta = 0 \quad (1)$$

$$n_2 \mu \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} - \frac{\mu n_2^2}{k_{p_2}} u_2 - n_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} + n_2 \rho_w g \sin \theta = 0 \quad (13)$$

$$n_3 \mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} - \frac{\mu n_3^2}{k_{p_3}} u_3 - n_3 \frac{\partial P_3}{\partial x} + n_3 \rho_w g \sin \theta = 0 \quad (15)$$

將 (28) 式~ (30) 式分別代入上述方程式，解得水、草、土三層之流速通式：

$$u_1 = \frac{\rho_w g \cos \theta}{\mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right] \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2, \quad h_2 \leq y \leq h_1 + h_2 \quad (31)$$

$$u_2 = C_3 e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} y} + C_4 e^{-\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} y} - \frac{k_{p_2} \rho_w g \cos \theta}{n_2 \mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right], \quad 0 \leq y \leq h_2 \quad (32)$$

$$u_3 = C_5 e^{\sqrt{\frac{n_3}{k_{p_3}}} y} + C_6 e^{-\sqrt{\frac{n_3}{k_{p_3}}} y} - \frac{k_{p_3} \rho_w g \cos \theta}{n_3 \mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right], \quad -\infty \leq y \leq 0 \quad (33)$$

其中，C<sub>1</sub> ~ C<sub>6</sub> 為 u<sub>1</sub>、u<sub>2</sub>、u<sub>3</sub> 通解之係數，皆為 x 的函數。

將邊界條件 (18) 式、(19) 式、(20) 式、(22) 式、(23) 式和 (25) 式代入上述三層之流速通式，解出 C<sub>1</sub> ~ C<sub>6</sub>，再將 C<sub>1</sub> ~ C<sub>6</sub> 代入 u<sub>1</sub> ~ u<sub>3</sub> 中，且依其上、下界對其積分，可得水、草、土三層之流量及總流量如下：

$$q_1 = \int_{h_2}^{h_1+h_2} u_1 dy = \frac{\rho_w g \cos \theta}{\mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right] \left[ -\frac{h_1^3}{3} - h_1^2 \frac{n_2}{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}}} + h_1 (2n_2 \frac{F}{f} e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} - k_{p_2}) \right] \quad (34)$$

$$q_2 = \int_0^{h_2} n_2 u_2 dy = \frac{\rho_w g \cos \theta}{\mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right] \left\{ \frac{F}{f} (1 - e^{-\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2}) + \frac{h_1}{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}}} (e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} - 1) - k_{p_2} h_2 \right\} \quad (35)$$

$$q_3 = \int_{-\infty}^0 n_3 u_3 dy = \frac{\rho_w g \cos \theta}{\mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right]$$

$$k_{p_3} \sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2 \left[ \frac{F}{f} (e^{-\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} - 1) - \frac{h_1}{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}}} e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} \right] \quad (36)$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = \frac{\rho_w g \cos \theta}{\mu} \left[ \frac{d(h_1 + h_2)}{dx} - \tan \theta \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{h_1^3}{3} - h_1^2 \sqrt{n_2 k_{p_2}} + h_1 e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} \\ (2n_2 \frac{F}{f} - k_{p_2} + k_{p_3}) - k_{p_2} (2h_1 + h_2) \\ + \frac{F}{f} (\sqrt{n_2 k_{p_2}} - k_{p_3} \sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}}) (1 - e^{-\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2}) \end{array} \right\} \quad (37)$$

其中：

$$F = (k_{p_2} - k_{p_3}) e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} + \frac{h_1}{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}}} (n_2 - n_3 \sqrt{\frac{n_2 k_{p_3}}{n_3 k_{p_2}}}) \quad (37a)$$

$$f = (n_2 + n_3 \sqrt{\frac{n_2 k_{p_3}}{n_3 k_{p_2}}}) e^{\sqrt{\frac{n_1}{k_{p_2}}} h_1} + (n_2 - n_3 \sqrt{\frac{n_2 k_{p_3}}{n_3 k_{p_2}}}) e^{\sqrt{\frac{n_1}{k_{p_2}}} h_2} \quad (37b)$$

將降雨強度  $i$  視為一側入流，且假設流場達到穩態，各物理量不隨時間改變，連續方程式可表示如下：

$$\frac{dq}{dx} = i \quad (38)$$

上式對  $x$  積分，並代入邊界條件 (26) 式，於初始位置 ( $x=0$ )，水、草、土三層之流速為 0，總流量亦為 0。單位寬度之流量  $q$  和位置  $x$  的關係式為：

$$q = ix \quad (39)$$

將 (39) 式代入 (37) 式，並移項整理得水深和位置  $x$  的微分關係式：

$$\frac{d(h_1 + h_2)}{dx} = ix \div \frac{\rho_w g \cos \theta}{\mu}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{h_1^3}{3} - h_1^2 \sqrt{n_2 k_{p_2}} \\ + h_1 e^{\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2} (2n_2 \frac{F}{f} - k_{p_2} + k_{p_3}) \\ - k_{p_2} (2h_1 + h_2) + \frac{F}{f} (\sqrt{n_2 k_{p_2}} \\ - k_{p_3} \sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}}) (1 - e^{-\sqrt{\frac{n_2}{k_{p_2}}} h_2}) \end{array} \right\} - \tan \theta \quad (40)$$

### 4. Runge-Kutta 法

由於 (40) 式無法以解析方法解得閉合解 (closed-form solution)，故以 4 階 Runge-Kutta 法來求解水深。由邊界條件 (27) 式可求出  $x=L$  時的水深，再由相鄰兩點水深之關係式可求出往上游端方向之下一點位置的水深，以此便可求得每一位置上的水深。

將 (40) 式水深和位置  $x$  的微分關係式令為函數  $Z$ ，即

$$\frac{d(h)}{dx} = Z(h, x) \quad (41)$$

相鄰兩點水深之關係式：

$$h_{n+l} = hn + \frac{l}{6} (a_1 + 2a_2 + 2a_3 + a_4) \quad (42)$$

其中：

$$a_1 = l \times Z(x_n, h_n) \quad (42a)$$

$$a_2 = l \times Z(x_n + \frac{l}{2}, h_n + \frac{a_1}{2}) \quad (42b)$$

$$a_3 = l \times Z(x_n + \frac{l}{2}, h_n + \frac{a_2}{2}) \quad (42c)$$

$$a_4 = l \times Z(x_n + l, h_n + a_3) \quad (42d)$$

$l$ ： $x$  方向上相鄰兩點之間距。

## 三、結果與討論

本研究以草層孔隙率來決定植生之疏密度，並引用 Kavany (1991) 提出的孔隙率 ( $n$ ) 和比滲透係數 ( $k_p$ ) 之關係式：

$$k_p = \frac{n^3}{80(1-n)^2} d_c^2 \quad (43)$$

其中,  $d_c$  為植株直徑。為瞭解植株疏密度對流速之影響, 在此處假設植株直徑為  $0.001\text{m}$ , 高為  $0.03\text{m}$ , 孔隙率 ( $n_2$ ) 及對應的比滲透係數 ( $k_{p_2}$ ) 選用值如表 1, 並固定其他參數:  $\mu = 0.001\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ,  $\rho_w = 1000\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $g = 9.81\text{m}/\text{s}^2$ ,  $S = 0.001$ ,  $i = 100\text{mm}/\text{hr}$ ,  $n^3 = 0.35$ ,  $k_{p_3} = 6.12 \times 10^{-10}\text{m}^2$ , 結果繪製如圖 2, 其中  $H$  為植株高度,  $u$  為流體速度 (係指水、草層之流速),  $u_m$  為楊 (2010) 裸露地時最大水流流速。觀察圖 2(a)。可明顯看出草層中之流速隨著孔隙率的增加呈非線性增加, 孔隙率越大 (趨近於 1) 時的流況近似無植生之流況, 尤其當  $n_2=0.9999$  時之流況與楊 (2010) 裸露地的流況大致相同, 亦可視為將草層退化成水層, 而  $n_2=0.35$  時孔隙率與土層孔隙率大小相同, 此時草層中流速與土層中流速相同, 幾乎為零, 但實際上不管植株種植的多密集, 草層孔隙率亦不可能與土層相同, 可將此例子當成理論上的一個特例。由圖 2(a) 發現草層孔隙不需很小就能有效降低草層水流速度, 即植株種植密度不需很高就能有效達到阻擋水流之功效, 降低地表沖蝕, 如草層孔隙率  $0.98$  時, 地表流速相對於無植生地表流速減少了  $42\%$ , 主要是因植生導致流量與通水面積縮減, 由連續方程觀點著眼, 流量變化遠比通水面積變化快, 使得流速快速下降。圖 2(a) 中水深與草層孔隙率呈反比, 因流量相同時, 孔隙率愈大則草層中能容納之水流量愈多, 地表水深就愈低, 反之孔隙愈小, 多餘的水流量只能往水層流動, 因此水深就愈高, 隨著水深的增加流速增加越趨快速。於水、草層交界處水流因受水層底部水流流動影響, 流速剖面有明顯的反曲點, 當水、草兩層之孔隙率差值愈大, 則轉折度愈明顯, 在  $n_2=0.35$  時, 其角度可達到近乎  $90^\circ$ 。圖 2(b) 中, 土層表面流速大小與草層孔隙率呈正比, 但變化不大, 顯示草層植株疏密度不僅影響水、草兩層水理情況, 亦會改變土層表面之流況, 進而減少土層表面因水體流動所造成之沖蝕。

在固定其他參數的前提下, 改變坡度與降雨強度二變數, 其水面剖線隨坡長之變化如圖 3, 圖中  $h_L$ ,  $\max$  表  $S = 0.0001$ 、 $I = 100\text{mm}/\text{hr}$  下游端之水深。在不考慮極端氣候下, 比照實際情況, 採用降雨強度約  $100\text{mm}/\text{hr}$ , 且向下遞減, 選用  $50\text{mm}/\text{hr}$ 、 $25\text{mm}/\text{hr}$ , 探討三種降雨強度下坡度為  $0.0001$ 、 $0.001$  及  $0.01$  時水深的變化。均勻降雨植生坡面上之水理情形分成—水深不及草高 (非浸沒)、水深漫過草高 (浸沒) 與浸沒-非浸沒之混合型, 圖中  $S=0.0001$ 、 $S=0.001$  與  $S=0.01$  時水面剖線分別為浸沒、混合型與非浸沒, 可明顯看出水深變

化與坡度呈反比。在坡度較緩的例子中 ( $S=0.0001$ ), 水深變化之幅度不大, 且在不同降雨強度下水面剖線之形狀大致相同, 差異極小, 改變降雨強度, 造成初始位置水深的變化, 使水面剖線向上或向下移動;  $S=0.001$  的例子屬混合型之水理情況, 圖中水、草兩層附近水深有明顯的變動, 係因在水層中水體的流動不受阻擋, 流速變化大, 但水深變動小, 受降雨強度影響小, 而草層中水流受植株阻擋影響, 其水理變化與水層情況相反; 坡度較陡的例子中 ( $S=0.01$ ), 水流流動主要是受重力的驅動, 其會增加平行坡面方向的加速度, 導致流速的增加, 使得整體水深偏低, 故屬完全非浸沒即草高於水深之情況, 此時降雨強度的影響較為明顯, 從圖中觀察到較大降雨強度下水深之變化率愈大, 水面剖線無明顯轉折, 約呈一直線。整體而言, 坡度對水剖面線之影響遠大於降雨強度, 是控制水面剖面線形式的主要因子。

選用圖 3 中降雨強度  $50\text{mm}/\text{hr}$ , 坡度  $0.0001$ 、 $0.01$  與  $0.01$ , 3 組數據來探討不同水理情況之流量變化, 三種水理情況下各層流量分佈與位置關係繪製如圖 4, 其中  $q_j$  表不同位置各層的流量,  $j$  為  $1$ 、 $2$ 、 $3$ , 分別係水層、草層、土層;  $q$  表不同位置之總流量。圖中三種情況土層中初始位置到下游端點之流量皆近乎為  $0$ , 表只有極少量降雨水流進入土層, 係因假設土壤為飽和, 故此狀態下可忽略垂直坡面方向之流動。圖 4(a) 為浸沒情況下不同位置三層之流量分佈, 圖中各層流量變動極小, 水、草、土層流量約為  $90\%$ 、 $10\%$ 、 $0\%$ , 且水、草層之流量分佈曲線上下對稱於縱軸  $0.5$  處, 在橫軸上  $0.75$  後各層流量百分比達一穩定值不再變化, 此時水面剖線變動幅度極小。圖 4(b) 之水理情形屬浸沒-非浸沒混合型, 圖中水、草流量分佈曲線上有明顯的反曲點即非浸沒與浸沒交界處, 在橫軸  $0.25$  之前只有草、土兩層存在, 草層流量約占總流量之全部, 當

表 1 草層孔隙率 ( $n_2$ ) 及對應的比滲透係數 ( $k_{p_2}$ ) 選用值

Table 1 Data for porosity of vegetation layer and corresponding coefficient of specific permeability

$n_2$	$k_{p_2}$	$n_2$	$k_{p_2}$
0.35	$1.27 \times 10^{-9}$	0.975	$1.85 \times 10^{-5}$
0.9	$9.11 \times 10^{-7}$	0.98	$2.94 \times 10^{-5}$
0.95	$4.29 \times 10^{-6}$	0.985	$5.31 \times 10^{-5}$
0.965	$9.17 \times 10^{-6}$	0.99	$1.21 \times 10^{-4}$
0.97	$1.27 \times 10^{-5}$	—	—

水深高於草高時，水層流量快速增加，此時草層已達飽和，但因水層流量增加快速，使得總流量增加，導致草層流量百分比快速下降，最後甚至低於水層流量

百分比，其曲線與水層之曲線上下對稱。圖 4(c) 屬非浸沒狀態，草高於水深，故無水層的存在，草層水流量幾乎佔總流量的全部，流量分佈曲線約呈直線。

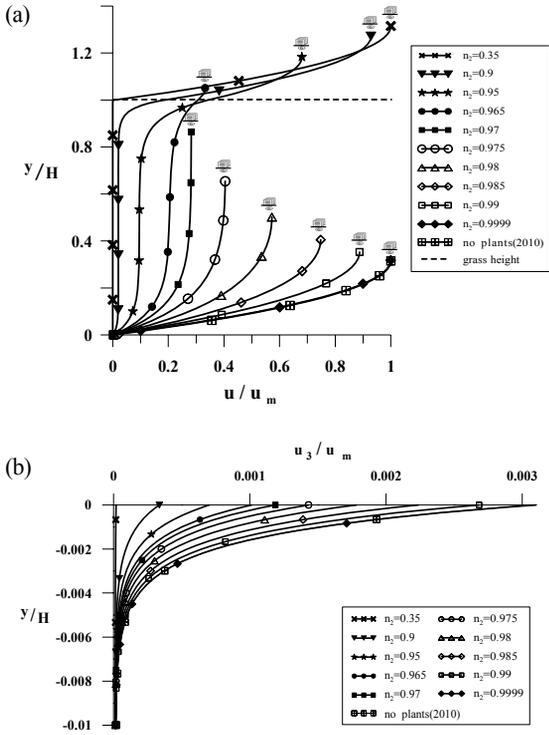


圖 2 不同草層孔隙率之流速分佈 (a) 地表水流 (b) 地表下水流

Fig.2 Velocity distribution for different porosity of vegetation layer (a) surface water flows (b) subsurface water flows

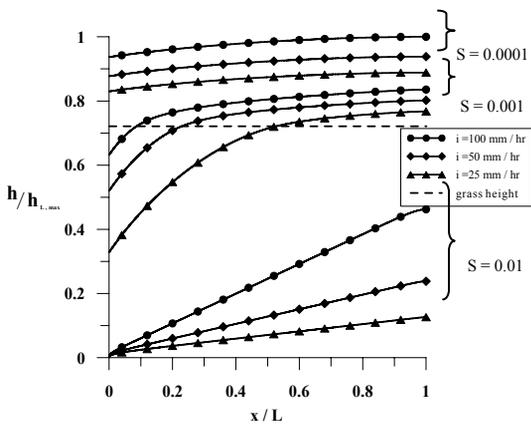


圖 3 不同坡度與降雨強度之水剖面線

Fig.3 Profiles of surface water for different slope and rainfall intensity

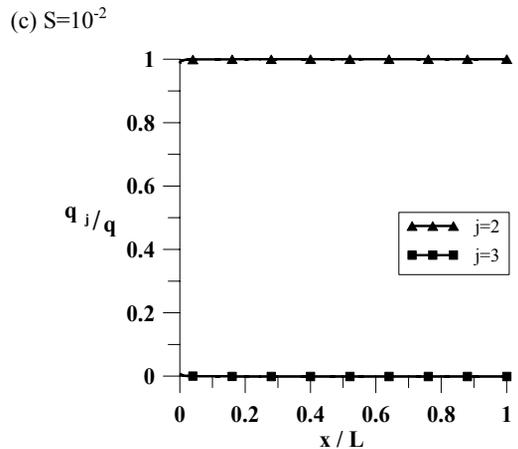
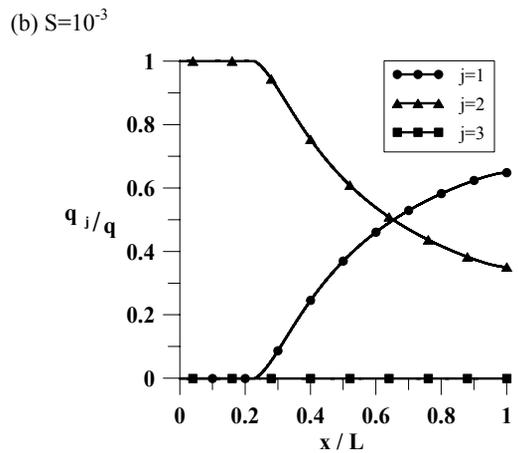
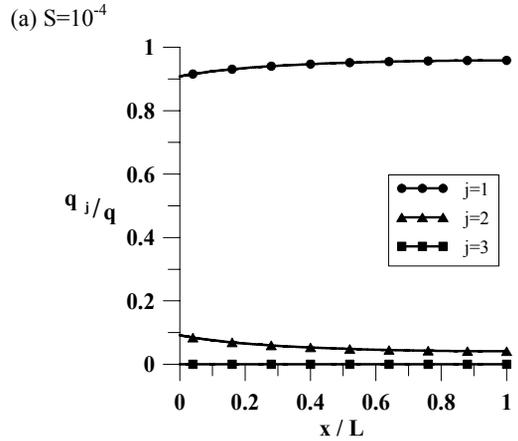


圖 4 不同水理情況之流量分佈 (a) 浸沒 (b) 混合型 (c) 非浸沒

Fig.4 Flow distribution for different cases (a) submerged (b) mixed (c) emergent

為更深入了解植生地表上流況變化，文中引用林 (2008) 之實驗數據 (見表 2)，以期更符合真實情況，探討常見水保植物 (如：假儉草、百慕達草、類地毯草) 於坡度 150 ( $S=0.267$ ) 之不同土壤介質 (黃壤、紅壤) 之流速的變化，結果見圖 5，圖中六案例皆屬非浸沒水理情形，主要變動參數是草層比滲透係數，圖上  $h_{L,m}$  為各個例子的最大水深， $u_{2,Y,Be,m}$  為百慕達草種植於黃壤上之最大流速。黃壤與紅壤是台灣常見土類，其比滲透係數分別為  $2.719 \times 10^{-11} m^2$  和  $1.392 \times 10^{-12} m^2$ 。觀察圖 5(a) 發現草層中流速大小主要受草層比滲透係數影響，流速分佈趨勢與比滲透係數呈非線性成長關係，種植於黃壤中的百慕達草之流速梯度變化最大，而種植於紅壤中的假儉草與百慕達草流速隨水深之變動較小，亦即流速梯度變化小，很快就趨於一定值。土層中流速分佈曲線隨著土壤深度之增加而快速減少，逼近於 0。六案例於土層中之流速分佈趨勢受土層比滲透係數影響最大，其次係受草層比滲透係數影響，見圖 5(b)，因黃壤比滲透係數大於紅壤之比滲透係數值，透水性較佳，故三種栽植於黃壤之植生其土層中流速皆較大，流速梯度變動大，而種植於紅壤之植生其土層中流速極小，尤其是假儉草與百慕達草土層中流速幾乎趨於 0。

### 四、結 論

本研究以解析方法搭配 Runge-Kutta 法解得均勻降雨下無限厚土層之植生坡面的水深與位置的關係

式，以此推得流速與流量分佈，並針對各項參數對於流況之影響做進一步探討，討論結果可綜合如下：

與前人研究不同，本文加入降雨因子，並考量混合型之植生水流流況，同時也增加了解析的困難度。本研究只適用於小集水區、流場為層流之情況下，其結果會更接近真實流況。

水、草交界處因受水層底部水流流動影響，流速剖面有反曲點存在，當兩層之流速分佈差值愈大，則反曲點愈明顯。草層中流速隨其孔隙率之增加呈非線性遞增，草層孔隙率不須很小，即能有效降低草層中流速，顯示種植植物的必需性。調整孔隙率大小可得退化之水-土層與水-土-土層臨界案例流況。將退化之水-土層流況與楊 (2010) 研究比較，流況幾乎完全相同，顯示本解之正確性。草層植株疏密度不僅影響水、草兩層水理情況亦會改變土層之流況，其流速大小與草層孔隙率呈正比，但變動極小，隨土層深度之增加，很快就趨近於 0。土層中流速分佈主要受土層比滲透係數影響，但亦受草層之孔隙率影響。

表 2 林 (2008) 實驗數據

Table 2 Lin (2008) experimental data

土壤	植株名稱	$h_2$ (m)	$n_2$	$k_{P_2}$
黃壤 (Y)	假儉草 (Ce)	0.0325	0.701	$4.334 \times 10^{-7}$
	百慕達草 (Be)	0.026	0.945	$3.49 \times 10^{-6}$
	類地毯草 (Ca)	0.033	0.771	$9.83 \times 10^{-7}$
紅壤 (R)	假儉草 (Ce)	0.031	0.715	$1.765 \times 10^{-7}$
	百慕達草 (Be)	0.036	0.947	$2.941 \times 10^{-7}$
	類地毯草 (Ca)	0.041	0.781	$1.987 \times 10^{-6}$

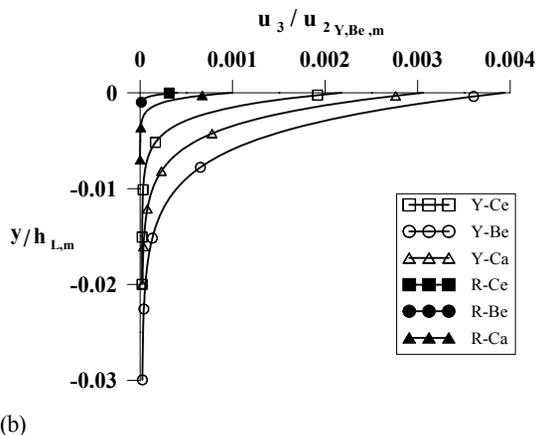
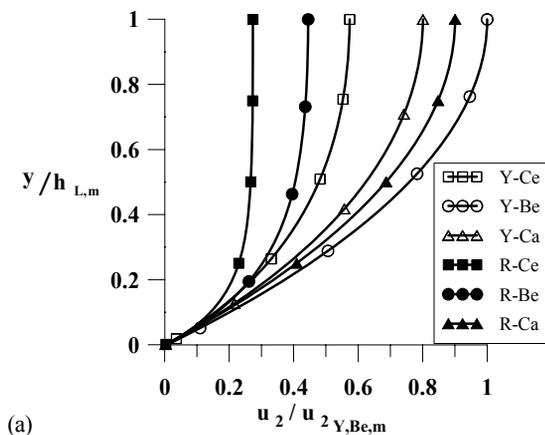


圖 5 流速分佈圖 ( $i=50mm/hr$ 、 $S=0.267$ ) (引用林 (2008) 實驗數據) (a) 地表水流 (b) 地表下水流  
 Fig.5 Velocity distribution ( $i=50mm/hr$ 、 $S=0.267$ ) (after Lin (2008) experimental data) (a) surface water flows (b) subsurface water flows

坡度係控制水面剖線型式的主要參數，依文中所  
示水面剖線型式分為水深超過草高（浸沒）、水深不及  
草高（非浸沒）與浸沒-非浸沒混合型三種，在緩坡  
上，水面剖線屬浸沒型，隨著坡度上升，初始點附近  
水深開始下降，直到低於草高，此時水面線型式係浸  
沒-非浸沒混合型，更進一步增加坡度，直到下游端  
的水深亦低於草高時，水理情況則為非浸沒型。

降雨強度對浸沒型水面剖線影響不大，調整降雨  
強度會使得初始水深改變，造成水剖面線向上或向下  
垂直移動，但整體形狀相同；降雨強度對於混合型水  
面剖線水深高於草高部分之影響與浸沒型相同，而對  
水深低於草高部分影響較大，水深變動趨勢隨降雨強  
度增加而上升。

## 參考文獻

1. 宋長虹 (1993), 「水波作用下多孔彈性底床動力反應之研究」, 國立台灣大學土木工程學系研究所碩士論文。(Song, C.H. (1993). *Dynamic response of water waves on a poroelastic bed, doctoral dissertation*. Master thesis, Department of Civil Engineering, National Taiwan University, Taipei, Taiwan. (in Chinese))
2. 李育修 (2008), 「渠槽植株排列對泥砂沖淤及流況影響之研究」, 國立中興大學水土保持學系研究所碩士論文。(Li, Y.H. (2008). *Flow influence and bed form variation by vegetation arrayal in grassed channel*. Master thesis, Soil and Water Conservation Department, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan. (in Chinese))
3. 林翌丞 (2008), 「草溝之水理實驗及設計」, 國立中興大學水土保持學系研究所碩士論文。(Lin, Y.C. (2008). *Hydraulic experiments and design in a vegetated channel*. Master thesis, Soil and Water Conservation Department, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan. (in Chinese))
4. 許煜聖 (2003), 「水流流經植生地表之水理分析」, 國立中興大學水土保持學系研究所碩士論文。(Shiu, Y.S. (2003). *Hydraulic analysis of flow passing vegetative ground*. Master thesis, Soil and Water Conservation Department, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan. (in Chinese))
5. 楊佳錫 (2010), 「均勻降雨時坡地之水理分析」, 國立中興大學水土保持學系研究所碩士論文。(Yang, C. H. (2010). *Hydraulic analysis of flow down a slope under a uniform rainfall*. Master thesis, Soil and Water Conservation Department of National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan. (in Chinese))
6. Biot, M.A. (1956a). "Theory of propagation elastic waves in a fluid saturated porous solid. I. low-frequency range." *Journal of Acoustical Society of America*, 28, 168-178.
7. Biot, M.A. (1956b). "Theory of propagation elastic waves in a fluid saturated porous solid. II. high-frequency range." *Journal of Acoustical Society of America*, 28, 179-191.
8. Li, R.M., Hsieh, W., and Shen, M. (1973). "Effect of tall vegetations on flow and sediment." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 99(5), 793-814.
9. Kaviany, M. (1991). *Principles of heat transfer in porous media*. Springer, Berlin.
10. Kubrak, E., Kubrak, J., and Rowiński, P.M. (2008). "Vertical velocity distributions through and above submerged, flexible vegetation." *Journal of Hydrological Sciences*, 53(4), 905-920.
11. Wu, W., He, Z., and Wang, S.Y. (2006). "Flow conveyance and sediment transport capacity in vegetated channels." *Proc. 7<sup>th</sup> Conference on Hydroscience and Engineering, Philadelphia, USA*, 1-12.

2011年12月05日 收稿

2012年02月08日 修正

2012年04月02日 接受

(本文開放討論至 2013 年 3 月 31 日)