DOI: 10.29417/JCSWC.202503_56(1).0002

道路邊坡擋土排樁設計之應力分析與參數研究

黄御恩[1] 馮正一[2]*

万 要 本研究以嘉義縣光華村 159 甲線 32K 崩塌地災害復建工程為案例,採用有限差分法 FLAC 程式進行二維擋土排樁的應力分析與參數研究,並設定基線案例作為模擬分析的依據。該道路崩塌事件主要由於連續降雨造成地下水位上升所引起。因此,本研究針對該道路在不同地下水位深度下的排樁設計之應力變化及安全係數進行詳細分析,也進行了該排樁設計有無懸臂式擋土排樁的情境模擬,以比較排樁在不同條件下的側向位移差異。本研究將上述分析結果繪製成圖表,可供道路排樁設計者參考。

關鍵字:擋土排樁、數值模型、邊坡、應力分析、FLAC

Stress Analysis and Parametric Study of Retaining Pile Designs for Road Slope Stability

Yu-En Huang^[1] Zheng-Yi Feng ^{[2]*}

ABSTRACT This study presents a case analysis of the reconstruction project at a landslide site located at marker 32K on Provincial Highway 159A in Guanghua Village, Chiayi County, Taiwan. The investigation employs the finite difference method using the Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC) software to perform a two-dimensional stress analysis and a parametric study of retaining piles. A baseline case was established as the foundation for simulation analysis. The road collapse in this case was attributed to a rising groundwater level caused by continuous rainfall. This study examines the variations in stress distribution and safety factors in pile design under different groundwater table depths. Simulations were conducted for scenarios with and without cantilever-type retaining piles to compare lateral displacement differences under various conditions. The results, presented in graphical form, provide valuable insights for engineers involved in road pile design.

Key Words: Retaining pile, numerical model, slope, stress analysis, FLAC

一、前 言

發生邊坡災害時,通常伴隨大量土石崩落,對道路造成破壞,進而引發交通中斷與經濟損失。目前在台灣的公路和鄉道邊坡復建工程中,穩定邊坡的主要方式多為擋土排椿和擋土牆。然而,擋土牆的施作通常需要開挖整地,並對土壤承載力有較高的要求;相比之下,擋土排樁適合應用於地形複雜或空間有限的區域,能減少開挖需求。黃俊豪 (2002) 認為擋土排樁在力學行為是屬於被動樁,當滑動的土體產生位移或變形時,使得排樁承受側向力。排樁透過其材料性質和適當的入岩深度提供反力,以增強邊坡的剪力強度並提升安全係數。

高強度降雨是引發邊坡崩塌的主要因素之一,由於雨水 滲入土壤會使孔隙水壓上升,導致土壤的抗剪強度下降,最 終引發邊坡失穩。Kim et al. (2019) 針對降雨期間樁基礎與 邊坡的穩定性進行數值模擬,其結果顯示地下水位變化會降 低邊坡整體的穩定性及安全係數。因此地下水位變化亦是需 考慮的因素。

本研究目的以嘉義縣光華村 159 甲線 32K 崩塌地災害 復建工程作為研究案例,利用 FLAC 程式 (Itasca group, Inc., 2011) 研究二維擋土排樁數值模型的應力分析與參數分析,並設定基線案例,繪製樁的位移、剪力與彎矩圖進行討論。透過數值模擬計算出排樁承受剪力與彎矩的最大值位置點,這些最大值點是排樁安全條件主要的考慮因素,藉此提供擋土排樁設計者參考。

二、研究材料與方法

1. 研究區位與 2021 年崩塌事件

本研究區位於嘉義縣光華村 159 甲線 32K 的道路邊坡, 位在二度分帶座標 214304, 2596701(TWD97), 位於八掌溪上 游並鄰近嘉義縣保安宮 (圖 1)。

^[1] 國立中興大學水土保持學系教授

Professor, Dept. Soil and Water Conservation, National Chung Hsing University, Taiwan, R.O.C.

^[2]國立中興大學水土保持學系研究生

Graduate Student, Dept. Soil and Water Conservation, National Chung Hsing University, Taiwan, R.O.C.

^{*} Corresponding Author. E-mail: tonyfeng@nchu.edu.tw



圖 1 研究區位 (取自 Google Map)

Fig.1 Location map of landslide site (Ref: Google Map)

2021 年 8 月,嘉義縣山區因受到強烈西南氣流的影響,經歷了間歇性的大雨,造成嘉義縣光華村 159 甲線 32K 處道路上下邊坡崩塌 (圖 2)。災害發生時,有效累積雨量為 267 mm,降雨強度為 6 mm/hr,道路上邊坡崩塌面積約為 600 m²,崩塌深度約為 2 m,道路下邊坡崩塌面積約為 3600 m²,崩塌深度約為 2 m,堆積範圍面積約為 2800 m²,堆積深度約為 3 m,道路塌陷 20 m,土石堆積於八掌溪左岸,並未阻礙水流通行。該災害的主要原因是連續降雨導致邊坡含水量與地下水位上升造成道路路基掏空從而引發崩塌。



圖 2 災害時崩塌照片 (謙和工程顧問有限公司,2021 年 8 月)

Fig.2 Landslide photo during disaster (Ref: Chien-Ho Engineering Consultants, Inc., August 2021)

2. 數值模型建立 (基線案例)

本研究依據嘉 159 甲線 32K 崩塌地災復建工程的設計 圖及試驗報告,在 FLAC 程式中建立了擋土排樁數值模型,並依據表 1、表 2、表 3 和表 4 提供的資料,設定了所需的土壤、岩體、排樁及地下水等相關參數。FLAC 程式相當多人在大地工程領域使用,其操作過程可參考 FLAC 使用手冊

表 1 土壤和岩體參數

Table 1 Soil and rock mass parameters

Soil Type	Density (kg/m³)	Bulk modulus (Pa)	Shear modulus (Pa)	Poisson's ratio (nu)	C (Pa)	φ (deg)
Colluvium (CL)	1950	3.09× 10 ⁸	1.03× 10 ⁸	0.35	1.30× 10 ⁴	30
Clayey sandstone	2400	2.25×10^{9}	1.35×10^{9}	0.25	2.24×10^{6}	35

(Itasca group, Inc., 2011) °

本研究假設了一個基線案例 (Baseline Case)數值模型 (圖 3),這基線案例接近現場的實際條件。基線案例模型中,上邊坡高度為 45 m、下邊坡高度為 20 m、寬度為 70 m、道路寬度為 7 m,地層分為崩積層和泥質砂岩層。本研究假設基線案例之排樁設置於道路下邊坡處,排樁長度設定為 12 m、入岩深度 4 m,地下水位在道路下 4 m。本研究中,深度 0 m 為樁頂位置、深度 12 m 為樁底位置。在本研究中為了文字說明,我們將以「GW-4 m」等表示各案例的道路下地下水位深度。

在基準案例中,本研究將進行樁的側向位移、安全係數 及應力分析,並繪製基線案例的位移、剪力與彎矩圖,藉由 數值模擬計算出排樁承受剪力與彎矩的最大值位置點,這些 最大值點是排樁設計上,安全條件主要的考慮因素,藉此提 供設計者參考。

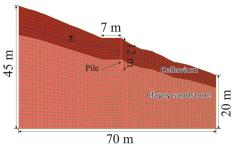


圖 3 基線案例之擋土排樁數值模型

Fig.3 Numerical model of retaining pile in Baseline case

依據地質鑽探工程報告及試驗結果,嘉 159 甲線 32K 處的地層自上而下可分為崩積層和泥質砂岩層。崩積層主要由風化破碎的岩塊、粉土及黏土構成;泥質砂岩層則為輕微至中度風化的泥質砂岩,偶爾夾有灰色砂岩和黑色頁岩。岩體節理發育,破碎程度高。本研究所需的 Mohr-Coulomb 土壤和岩體材料參數彙整如表 1 所示。

依據嘉義縣光華村 159 甲線 32K 崩塌地災害復建工程設計圖說,將擋土排樁的尺寸以及材料參數進行彙整,擋土排樁材料性質如表 2 和表 3 所示。其中,鋼筋彈性模數 (E_s) 為 2×10^{11} (Pa)。混凝土彈性模數 (E_c) 可由 $E_c = 15000\sqrt{f_c'}$ $(kg/cm^2) = 1.47 \times 10^9 \sqrt{f_c'}$ (Pa) 公式求得 $E_c = 2.30 \times 10^{10}$ (Pa)。排樁彈性模數 (E_{pile}) 計算依照林德貴等人 (2016) 之建 議 公式 $E_{pile} = (E_s \times A_s + E_c \times A_c)/A_{pile}$ 求 得 $E_{pile} = 2.73 \times 10^{10}$ (Pa)。

表 2 擋土排樁(樁元素)材料參數

Table 2 Materials parameters of the 'Pile elements for the retaining pile

Element type	Diameter (m)	Material area A_{pile} (m ²)	Density (kg/m³)	Elastic modulus E_{pile} (Pa)	Moment of inertia (m ⁴)
Pile	1	0.785	2,400	2.73×10^{10}	0.04909

表 3 鋼筋和混凝土材料參數

Table 3 Material parameters for reinforced steel and concrete

Material type	Diameter (m)	Material area A_s and A_c (m2)	Concrete strength (fc') (kg/cm2)	Young's modulus (Pa)
Steel (#10 rebar)	0.032	0.019	-	2.00×10^{11}
Concrete	1.000	0.766	245	2.30×10^{10}

本模擬在 FLAC 程式中設定快速非飽和流 (Fast unsaturated flow) 模式來模擬地下水流動行為,地下水計算時採用之參數如表 4 所示。水的密度 ρ 為1000 (kg/m³):水的體積模數 (B) 設定為 2×10^9 (Pa)。土壤飽和度 (S),可由 $S = \omega \times G_s/e$ 求得,其中 ω :含水量 (%)、 G_s :比重、e:孔隙比。土壤孔隙率 (n) 可由n = e/(1+e) 求得。

表 4 土壤與岩石層之滲流計算參數

Table 4 Seepage calculation parameters for soil and rock layers

Material	Porosity (n)	Saturation (S)	Permeability (cm/s)
Colluvium (CL)	0.41	0.85	6.33×10^{-7}
Clayey sandstone	0.2	1.0	6.33×10^{-9}

3. 參數分析設定

本研究對擋土排樁模型的分析包括初始靜力平衡過程、快速非飽和流分析及應力分析,並針對以下三個參數進行探討:(1) 地下水位深度對排樁應力與側向位移的影響、(2) 地下水位深度對邊坡安全係數的影響、(3) 懸臂高度對排樁應力與側向位移的影響。本文所指「懸臂高度」是指排樁出土面的懸空高度,即排樁暴露於道路下邊坡懸空未受土壤支撐的高度,(圖4)範例所示。

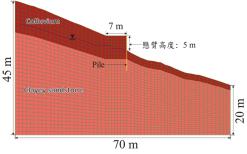


圖 4 情境模擬之懸臂擋土排樁數值模型

Fig.4 Numerical model of cantilever retaining piles in scenario simulation

FLAC 地下水流分析中,快速流 (Fast flow) 方法通過降低水的體積模量 (bulk modulus) 以加快自由水面向穩態值演化的速度。在折減過程中,如果流體體積減少至接近孔隙體積,將導致模型格區中的「飽和範圍」被過度補充,進而

導致水流產生不穩定的震盪現象。快速非飽和流 (Unsaturated Fast-Flow) 通過高流體體積模量與低流體體積模量之間的交替使用來達到穩態。當使用低流體體積模量時,以求解飽和度方程;使用高流體體積模量時,以求解壓力方程。以此來確保模擬過程中,自由水面的數值穩定 (Itasca Consulting Group, Inc., 2011)。

初始的地下水位設定在道路下 6 m 處,隨著地下水位逐漸抬升,會對排樁產生額外側向水壓力,使得排樁需承受較大外力。因此,本研究將探討不同地下水位變化對排樁剪力彎矩之影響,並與基線案例進行比較。

初始的地下水位設定在道路下 6m,並隨著時間變化水位逐漸抬升至道路下 2m,以探討當地下水位逐漸上升時,邊坡設置擋土排樁前後的安全係數 FS。

我們假設了一個情境進行模擬,目的是探討懸臂長度較長時,對樁體的力學影響。假設道路下邊坡臨近溪谷,並長期受河道沖蝕影響,導致排樁懸臂擋土需達5m。以此來建立懸臂5m的擋土排樁模型,並與基線案例的擋土排樁模型進行比較,分析兩者在樁體側向位移、剪力與彎矩上的差異。

三、結果與討論

1. 基線案例分析

本研究針對基線案例進行了位移、剪力與彎矩分析,結果如圖 5 (註:其中正剪力與正彎矩的符號習慣 (sign convention) 也標註在圖 5 中)。分析結果顯示擋土排樁的剪力在排樁深度 0 m 到 5 m 之間,因受下邊坡土層之被動土壓力,使得排樁承受負剪力。排樁深度在 6 m 至 8 m,排樁受到側向水壓力與側向土壓力的影響,轉而承受正剪力,其最大剪力值為 271.30 kN。排樁深度 9 m 以下,隨著排樁進入穩定岩層,受到岩層提供的反作用力,故導致排樁再度承受負剪力。此基線案例中,樁身有兩處剪力正負值交界點 (剪力為零),代表樁的彎矩有兩個反曲點,及兩個局部力矩極大值。

邊坡的潛在滑動面位於深度 $6\,\mathrm{m} \, \Xi \, 9\,\mathrm{m} \,$ 處。因此,排樁深度在 $6\,\mathrm{m} \,$ 以下,受到滑動面與側向水壓力的作用,使彎矩由正彎矩轉為負彎矩,其最大彎矩為- $690.30\,\mathrm{kN-m}$ 。此基線案例中,在排樁深度 $6\,\mathrm{m}$ 時出現彎矩反曲點,該處剪力為零。

由於滑動土層施加的側向土壓力影響,排樁整體均向同

一側 (下游方向) 位移,其最大側向位移量發生於椿頂位置為 1.27 cm。隨著排椿入岩後,岩層提供的反作用力有效固定了排椿底部。

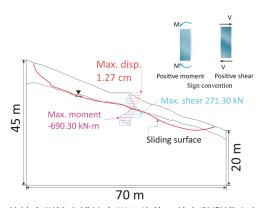


圖 5 基線案例擋土排樁之側向位移、剪力與彎矩分布情形

Fig.5 The distribution of lateral displacement, shear force, and bending moment for the Baseline case of retaining piles

地下水位深度對排樁側向位移、剪力與彎矩之 關係

本研究中,因元素長度為1公尺,排樁的位移、剪力與 彎矩每隔1m會有數值如圖6~8內所示,不同曲線分別代表 不同地下水位深度下的排樁位移、剪力與彎矩分佈。(地下水 位在道路下深度4m時,為本研究基線案例。)

圖 6 可見,地下水位在 2 m 時 (GW -2 m 案例) 位移量最大;相對地,在水位 6 m(GW -6 m 案例) 時,位移量最小。由圖 7,在 GW -2 m 案例,剪力為零位於深度 3m 至 4m 之間,相較於基線案例來的更淺。這是因為水位上升水壓上升向下邊坡的側向力增加,土壤剪力強度下降,導致位移量也增加 (圖 6)。在 GW -6 m 案例,水壓力驟降,其排樁所受到的剪力值均小於基線案例。

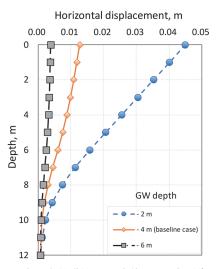


圖 6 地下水位深度對排樁側向位移(X-向)之影響

Fig.6 The impact of groundwater depth on lateral displacement (X-direction) of piles

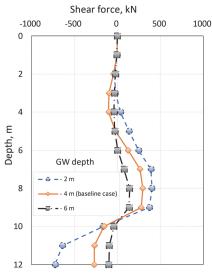


圖 7 地下水位深度對排樁剪力之影響

Fig. 7 The impact of groundwater depth on shear force of piles

在不同地下水位深度下,GW-2m 案例,椿受到的正負剪力值峰值均為最大。而水位在 GW-6m 案例時,受到的剪力峰值最小。各不同水位深度案例之最大正剪力值均發生在深度 8m。最大負剪力值則發生在深度 12m,該處剪力最大。因此,在排樁在設計中,應考慮不同地下水位深度下剪力分布情形,並注意最大剪力位置的剪力鋼筋(箍筋)配置需求,防止因過大剪力而導致排樁有被剪斷的風險。

由圖 8,在 GW -2 m 案例,樁受到的彎矩值峰值為最大。在 GW -6 m 案例,受到的彎矩峰值為最小。各案例之最大彎矩皆出現在深度 9 m,此峰值位置與剪力剪力為零,即當剪力出現正負轉換時。根據分析結果顯示,不同地下水位深度下排樁皆有彎矩反曲點出現。因此,在設計排樁主筋時,除了考慮最大彎矩位置的主筋量外,可在反曲點位置設計為鋼筋續接處。

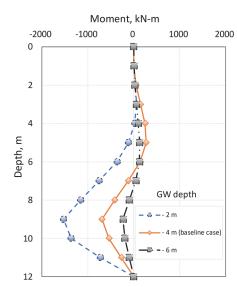


圖 8 地下水位深度對排樁彎矩之影響

Fig. 8 The impact of groundwater depth on bending moment of piles

3. 地下水位深度對邊坡安全係數之關係

從圖 9 中可看出,在 GW -2 m 案例,邊坡未施作擋土排樁工法的安全係數 FS 為 0.98,顯示其剪力強度不足以支撐邊坡,因而發生滑動現象。而邊坡施作擋土排樁工法後邊坡安全係數 FS 由 0.98 提升至 1.06 能提升道路下邊坡的穩定性。分析結果顯示,在不同地下水位深度下,施作擋土排樁工法後的邊坡安全係數 FS 皆高於未施作擋土排樁工法的安全係數。因此,施作擋土排樁工法能夠加強道路下邊坡的穩定性,防止滑動發生。

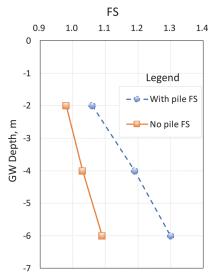


圖 9 地下水位深度對安全係數之影響

Fig. 9 The impact of groundwater depth on the safety factor

圖 10 與圖 11 為在 GW -4 m 案例的邊坡施作擋土排樁工法前後之情形。由圖 10,當未設置擋土排樁時,邊坡的潛在滑動面自坡頂延伸至坡底,貫穿整個邊坡,安全係數 FS僅 1.03,邊坡處於臨界狀態,隨時有滑動的風險。而在圖 11中,邊坡施作擋土排樁工法後,排樁阻斷了道路下方的潛在滑動面,穩定了道路下邊坡,並將滑動面範圍局限於上邊坡區域及下游位置。安全係數 FS 也從 1.03 升至 1.19。所以擋土排樁能減小潛在滑動範圍、阻斷滑動面,提高邊坡安全係數。

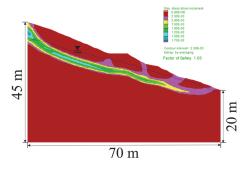


圖 10 未施作擋土排樁之邊坡潛在滑動面 (基線案例 GW - 4 m)

Fig.10 Potential sliding surface of slope without retaining piles (Baseline case GW -4 m)

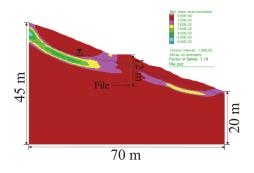


圖 11 施作擋土排樁之邊坡潛在滑動面 (基線案例 GW -4 m)

Fig.11 Potential sliding surface of the slope with retaining piles (Baseline case GW -4 m)

4. 懸臂高度對排樁側向位移、剪力與彎矩之關係

本研究,我們假設了一個道路下邊坡臨近溪谷之情境模擬。懸臂高度是指排樁暴露於道路下邊坡空間、未受土壤支撐的部分。以此來分析懸臂情形下,排樁所受到的側向位移、剪力與彎矩情形,圖 11 為懸臂 5m 之擋土排樁數值模型示意圖。

基線案例為懸臂擋土高度 0 m(即無懸臂擋土)。由圖 12, 隨著排樁懸臂擋土高度的增加,各案例的側向位移量均高於基線案例,且最大側向位移均出現在樁頂位置。這顯示出在排樁進行懸臂擋土後,由於缺乏土層提供的被動土壓力,會導致排樁產生較大的側向變形。因此,在設計排樁懸臂擋土結構時,應考慮樁頂的變形量,並配合帽梁或是地錨工法,以抵抗樁頂處較大的變形,防止排樁因過度變形而折斷。

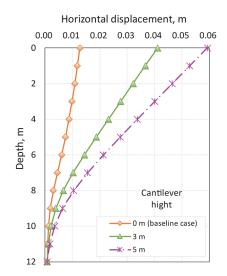


圖 12 懸臂擋土高度對排樁側向位移 (X-向) 之影響

Fig. 12 The impact of cantilever height on lateral displacement (X-direction) of piles

由圖 13,隨著排樁懸臂擋土高度的增加,各案例之最大剪力皆高於基線案例,說明排樁懸臂擋土後,樁需承受較大的剪力。各案例之最大剪力出現於深度 8 m 及 12 m 處,因此,在排樁設計時,應在排樁最大剪力位置配置足夠鋼筋量,防止排樁受剪力而發生破壞。

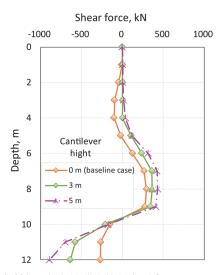


圖 13 懸臂擋土高度對排樁剪力之影響

Fig. 13 The impact of cantilever height on shear force of piles

由圖 14,當排樁懸臂擋土後,排樁彎矩並未出現彎矩反曲點。而在基線案例中,彎矩反曲點則位於深度 6 m 至 7 m 處。隨著排樁懸臂擋土高度的增加,各案例的彎矩峰值集中於深度 9 m 處。雖然懸臂擋土後並未出現彎矩反曲點,但排樁承受的最大彎矩有明顯增加的趨勢。因此,在設計排樁時,應特別注重最大彎矩位置的彎矩鋼筋量需求,以確保結構的穩定性。

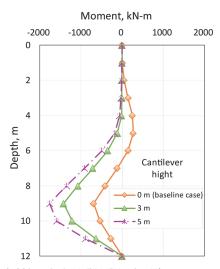


圖 14 懸臂擋土高度對排樁彎矩之影響

Fig.14 The impact of cantilever height on bending moment of piles

四、結論

本研究探討地下水位深度對排樁的位移、剪力、彎矩等 與安全係數之影響。同時也探討排樁懸臂高度對樁之影響等 分析。獲得結論如下:

1. 基線案例分析結果,最大側向位移量在樁頂為 1.27~cm。 在深度在 1~m 至 4~m 之間,樁承受的剪力值小,剪力筋

- 可較少。在深度 5 m 至 6 m,出現彎矩反曲點,故可在反 曲點位置設計為鋼筋續接處。基線案例的最大剪力與彎矩分別集中於排樁深度 8 m、12 m 及 9 m處,該處彎矩鋼筋量需求較高。
- 2. 地下水位對排樁的剪力和彎矩影響顯著。隨著地下水位 上升,排樁所承受的最大剪力和彎矩明顯增大。
- 3. 地下水位上升會降低邊坡的安全係數 FS 值,故導致邊坡穩定性降低。
- 4. 如未施作擋土排椿工法時,滑動面坡頂延伸至坡底,貫穿整個邊坡;而施作擋土排椿工法後,排椿能有效阻斷道路下邊坡的潛在滑動趨勢,並提升邊坡安全係數與道路邊坡的穩定性。
- 5. 當排樁懸臂時,因主動土壓力增加,導致排樁側向位移量增加,其以樁頂位移最為顯著。排樁懸臂擋土後,其最大剪力與彎矩值皆有明顯增加趨勢。

誌 謝

作者首先感謝國科會大專生研究計畫 (113-2813-C-005-131-M) 之補助。感謝馮正一教授研究室的學長們,在研究過程中給予我許多相關資料與建議,讓我能順利完成此論文。

參考文獻

- [1] Itasca Consulting Group, Inc. (2011). Fast Lagrangian Analysis of Continua, Ver. 7.0 User's Manual, Itasca, Minneapolis.
- [2] Tsai, C.C., Kishida, T., and Kuo, C.H. (2019). "Unified correlation between SPT–N and shear wave velocity for a wide range of soil types considering strain-dependent behavior." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 126, (2019) 105783.
- [3] Tran, A., Kim, A.R., and Cho, G.C. (2019). "Numerical modeling on the stability of slope with foundation during rainfall." *Geomechanics and Engineering*, 17(1), (2019) 109-118.
- [4] Ahmad, F., Hazarika, H., Mujah, D., and Watanabe, N. (2013). "The design method of slope stabilizing piles: A review." *International Journal of Current Engineering and Technology*, 3(2), 2277-4106.
- [5] 謙和工程顧問有限公司 (2021),「嘉義縣光華村 159 甲線 32K 崩塌地災害復建工程報告書」。(Chien-Ho Engineering Co. Ltd., (2021). Reconstruction Project Report for Landslide Disaster at 32K on Route 159A, Guanghua Village, Chiayi County., Taiwan (in Chinese))
- [6] 魏廷軒 (2023),「以 FDM/DEM 模擬草湖溪糖廓橋崩塌 地演育及擋土排樁工法性能探討」,國立台灣大學碩士 論文。(Wei, T.H. (2023). Simulation of the Evolution of the

- Collapse Site at Tangkuo Bridge on Caohu Creek and Performance Analysis of the Retaining Pile Method Using FDM/DEM, Master Thesis, National Taiwan University, Taiwan, ROC. (in Chinese))
- [7] 黃俊豪 (2002),「擋土排樁穩定邊坡-數值分析初探」, 國立台灣大學碩士論文。(Huang, C. H. (2002). Stabilizing Slopes with Retaining Piles: A Preliminary Numerical Analysis, Master Thesis, National Taiwan University, Taiwan, ROC. (in Chinese))
- [8] 林德貴、陳威翔、王勝賢 (2015),「擋土止滑樁穩定邊 坡之力學行為三維數值分析」,中華水土保持學報,46(4), 205-212。(Lin, T.K., Chen, W.H., and Wang, S.H. (2015). "Three-Dimensional Numerical Analysis of the Mechanical

- Behavior of Stabilizing Slopes Using Retaining Piles." *Journal of Chinese Soil and Water Conservation*, 46(4), 205-212. ((in Chinese))
- [9] 葉生祥 (2004),「擋土排樁群於邊坡穩定之力學行為探討」,國立中興大學碩士論文。(Yeh, S.H. (2004). *Mechanical Behavior Analysis of Retaining Pile Groups for Slope Stability*, Master Thesis, National Chung Hsing University, Taiwan, ROC. (in Chinese))

2024 年 11 月 05 日 收稿 2025 年 01 月 06 日 修正 2025 年 02 月 06 日 接受